

鋼構造建築骨組の離散断面最適化について

澤田 樹一郎

1. はじめに

近年、コンピュータの利用が極めて容易となり、構造物の最適化の分野においても、OR手法に基づく多数の研究が行われている。特に、機械、自動車等の分野における構造の形状決定問題に対して、数理計画法を主に利用した種々の研究が精力的に行われ、最近では、汎用構造最適化ソフトによる実務設計への適用例が示されるに至っている[1]。一方、建築骨組の構造最適化に関する研究もこれまで精力的に行われてきた[2, 3]。この分野における初期の研究では、特定の制約条件に限定し、比較的小規模な骨組の計算例を示したものが多かったが、近年においては、高層の骨組など大規模な構造の最適化の実現を容易にするためのモデル化や計算手順の工夫[4, 5]、複数の荷重（あるいは信頼性）レベルに対する種々の制約の考慮[6~8]など実用的な側面を考慮した研究も多く見られる。しかし、このように数多くの研究成果が報告されているにもかかわらず、建築骨組の実務設計の現場では、最適設計手法がほとんど利用されていないようである。これは、建築骨組の設計に特有の様々な理由があるためではないかと考えられる。

建築骨組の構造設計においては、骨組形状が、主に意匠面や建築計画面から決定されるため、部材断面を決定する問題となることが多い。この場合、本来は、このような部材断面の寸法を選定する問題となるが、建築骨組の最適設計に関する既往の研究では、問題を単純化するために、断面二次モーメントなどのその他の部材断面性能と部材断面積との間に近似関係を設け、部材断面積を連続設計変数とする定式化を採用することが多い。しかし、現実の構造設計の場では、離散的な寸法値をとる規格部材が使用されることがほとんどであり、また、施工性や建築計画面の観点から、梁せ

いを制限したいことや柱せいを統一したいといった要求もある。このような要求に対して、前述のような既往の設計問題の定式化で対応することが難しいということも最適設計手法の実用化がされない原因のひとつではないかと考えられる。本稿では、まず、鋼構造建築骨組の部材断面最適化問題において、断面積を連続設計変数とする既往の設計問題の定式化について説明した後、部材せいのグループ化や規格寸法部材の使用も考慮した離散最適化問題の定式化とその解法および設計例を紹介する。

2. 鋼構造建築骨組の部材断面最適化問題

図1に示す角形鋼管断面柱と図2に示すH形断面梁で構成される図3のような鋼構造建築骨組の部材断面最適化問題は、例えば、以下のように記述することができる。

問題1 「制約条件 $G_k > 0$ ($k=1, 2, \dots, N_R$) をすべて満足し、かつ骨組重量 W を最小にする部材断面を付

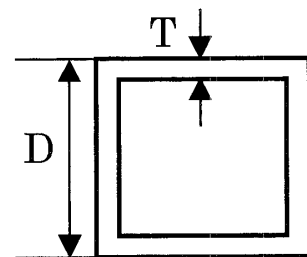


図1 角形鋼管柱断面

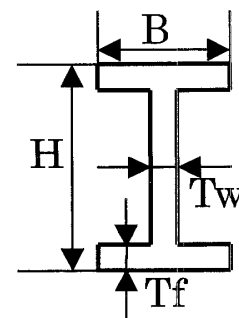


図2 H形梁断面

さわだ きいちろう
広島大学大学院 社会環境システム専攻
〒739-8527 東広島市鏡山1-4-1

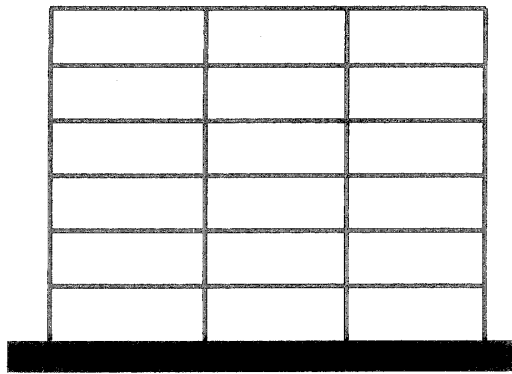


図3 鋼構造建築骨組

表1, 2の規格部材断面の中から決定せよ。」

制約条件 $G_k > 0$ としては、例えば、ある外力下（風や地震などを想定）での各部材の降伏の限界や骨組の変形等に対する制約が考えられる。この場合、骨組各部材の応力や骨組の変形量等の計算には、大次元の連立方程式を分解法などの数値解析手法により解くことが必要となるため、関数 G_k は、部材断面寸法の陽な関数として厳密に表すことは困難である。一方、骨組重量 W は、部材断面積の線形和として表せる。

上記の問題1は、規格部材断面の中から骨組各部材に使用する部材断面を決定する組み合わせ最適化問題であり、分枝限定法などのような組み合わせ最適化手法を用いたとしても、問題の規模が大きくなると、すぐに計算量も指数関数的に増大してしまい、実用上許容できる計算時間の範囲内では解けなくなってしまう。

そこで、次章のような連続変数近似による最適設計問題が既往の研究において、よく取り扱われてきた。

3. 連続変数近似による部材断面最適化問題

骨組構造物では、各部材の寸法が明らかではなくても、断面積や断面二次モーメントなどの主要な部材断面性能が決定されれば、各部材の応力や骨組の変形が解析的に求められる。付表のような規格寸法断面の断面性能間の関係を例えば図4のようにプロットし（●印）、図中の実線のような近似関係を設けると、部材断面積のみを連続設計変数とする以下のような最適設計問題が定式化できる。

問題2 「制約条件 $G_k(A) < 0 (k=1, 2, \dots, N_R)$ をすべて満足し、かつ骨組重量 $W(A)$ を最小にする各部材の断面積 A_1, A_2, \dots, A_{ND} の値を求めよ。」

上記の問題は、例えば、制約条件として、ある外力下での各部材の降伏の限界や骨組の変形に対する制約

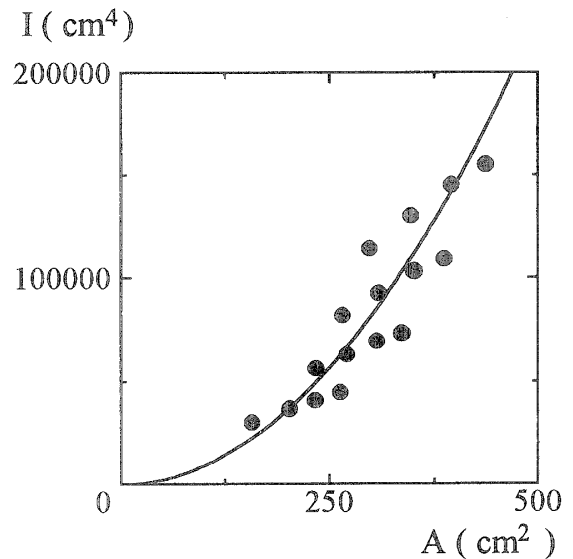


図4 断面積 A と断面二次モーメント I の関係

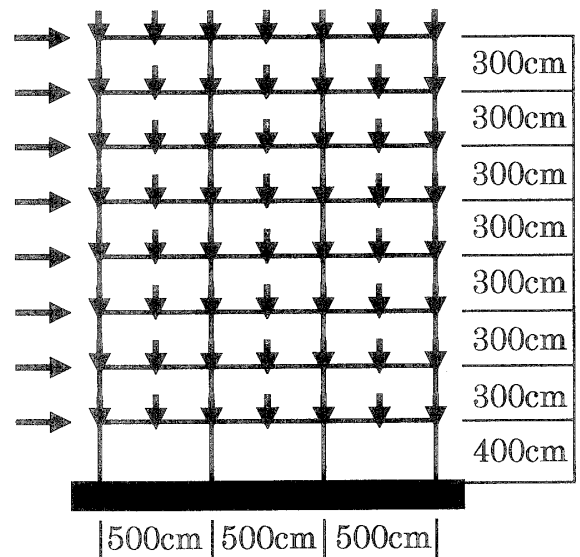


図5 8層3スパン骨組

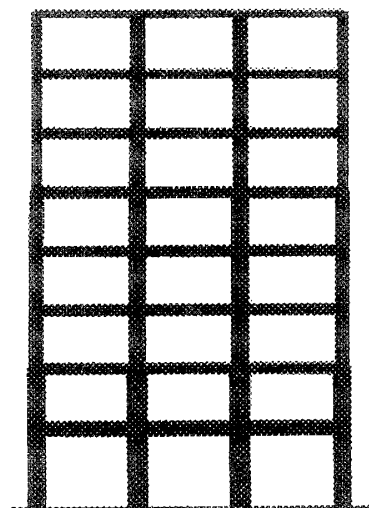


図6 設計解の断面積分布

等を考えた場合、設計感度解析 ($\partial G_k / \partial A$ の計算) と非線形数理計画法の適用により容易に解けることが既往の研究で示されている。設計例として、図5に示す8層3スパン骨組の最適設計解の断面積分布を図6に示す。ここで課せられた制約条件は、図5中の→で示すような外力下における各部材の降伏の限界と骨組の変形、骨組の崩壊時の耐力(終局耐力)である。また、最適設計解の計算には、差分感度解析とSLP法に基づく最適設計手法[8]が用いられている。

4. 部材せい制約と規格寸法部材の使用を考慮した離散断面最適化問題

第3節の設計問題の定式化は、これまで多用されてきたが、規格寸法部材の使用や部材せいを統一あるいは制限したいといった要求に対応することは難しい。そこで、最近では、連続最適解から離散解を選定するための有効な方法[9]、部材せい又は部材幅をあらかじめ指定した設計問題[7, 10]、1変数ではあるが、部材せいも独立な設計変数とした問題に対する研究[11]も見られる。

まず、ここでは、部材せいとその他の部材寸法をそれぞれ独立な離散設計変数として取り扱った以下の最適設計問題を考えてみる。

問題3 「制約条件 $G_k > 0$ ($k=1, 2, \dots, N_R$) をすべて満足し、かつ骨組重量 W を最小にする各柱部材の部材せい D_i 、板厚 T_i ($i=1, 2, \dots, N_C$)、各梁部材の部材せい H_i 、部材幅および板厚 (B_i, T_{f_i}, T_{w_i}) ($i=1, 2, \dots, N_B$) の組み合わせを規格寸法部材の中から決定せよ。ただし、 $D_i \in \{\dot{D}_1, \dot{D}_2, \dots\}$, $T_i \in \{\dot{T}_1^{D_i}, \dot{T}_2^{D_i}, \dots\}$, $H_i \in \{\dot{H}_1, \dot{H}_2, \dots\}$, $(B_i, T_{f_i}, T_{w_i}) \in \{(\dot{B}_1, \dot{T}_{f_1}, \dot{T}_{w_1})^{H_i}, (\dot{B}_2, \dot{T}_{f_2}, \dot{T}_{w_2})^{H_i}, \dots\}$ である。」

表1の規格寸法部材を使用するのであれば、上記問題における D および H の寸法候補は、 $D_i \in \{350, 400, 450, 500\}$, $H_i \in \{400, 500, 600, 700\}$ (単位 mm) のように表せる。なお、柱せいおよび梁せいの値を制約したい場合には、その範囲内における離散値を候補値とすればよい。

$T, (B, T_f, T_w)$ の寸法候補については、 D および H がそれぞれどの離散寸法候補となるかによって異なる。例えば、 $D=350$ のとき、 $T \in \{12, 16, 19, 22\}$, $H=400$ のとき、 $(B, T_w, T_f) \in \{(200, 9, 12), (200, 9, 16), (200, 9, 19), (200, 9, 22)\}$ となる。

問題3は、組み合わせ最適化手法により計算が可能ではあるが、前述の問題1と同様、問題の規模が大き

くなると、計算量も指数関数的に増大して、すぐに実用上許容できる計算時間の範囲内では解けなくなってしまう。そこで、ここでは、部材せい最適化とそれ以外の離散寸法最適化の分割実行、直交方向探索(緩和法)による組み合わせ最適化とSLP法による連続最適化の併用により、近似最適解を求める方法を考える。

まず、第一段階の部材せいの組み合わせ最適化問題として、以下の問題を考える。

問題4 「 $W_{SLP}(D_1, D_2, \dots, D_{N_C}, H_1, H_2, \dots, H_{N_B})$ を最小にする部材せい D_i ($i=1, 2, \dots, N_C$), H_j ($j=1, 2, \dots, N_B$) の組み合わせを求めよ。ただし、 $D_i \in \{350, 400, 450, 500\}$, $H_i \in \{400, 500, 600, 700\}$ である。」

ここで、 $W_{SLP}(D_1, D_2, \dots, D_{N_C}, H_1, H_2, \dots, H_{N_B})$ は、部材せい $D_1, D_2, \dots, D_{N_C}, H_1, H_2, \dots, H_{N_B}$ を指定し、その他の部材寸法を連続変数近似した最小重量設計問題を解くことにより得られる構造重量 W の値であり、SLP法により計算することができる。この設計手順の詳細については、文献[14]を参照されたい。

ここでは、問題4を緩和法[12]により解くことにする。ここで用いられる緩和法は、組み合わせ最適化問題よりむしろ連続設計変数の最大化(または最小化)問題に用いられることが多く、設計変数間の相関が小さく、かつ、目的関数が単峰性の問題かあるいはそれに近い形の問題に対しては有効と考えられる。緩和法に基づく探索法の概念図を図7に示す。この図に示すように、探索する設計変数以外の設計変数を固定し、目的関数を最小にする離散候補をすべての設計変数に対して順次、座標軸方向に探索していく。探索には、ここで扱う問題における離散候補数が少ないことから、離散候補 \dot{D}_1 あるいは \dot{H}_1 から探索を始めて、 W_{SLP} が減少から増加に転じた時点で、探索を終了し、次の設計変数に対する探索を開始する手順としている。収束条件については、すべての設計変数の探索が一巡する

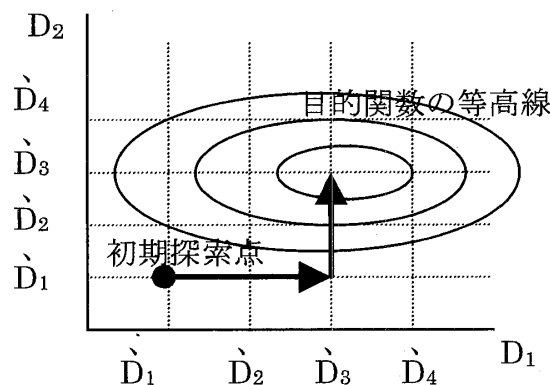


図7 緩和法による探索

たびに設計解に変更があったかを調べ、変更がないとき収束したと判定している。

表1は、問題4を緩和法により計算した設計解を示している。設計骨組は、図8に示す5層骨組であり、表中の部材記号は、図9に対応している。なお、C1とC3部材の部材せい、C2とC4部材の部材せいをグループ化している。鋼材のヤング係数は、 2.06×10^5 (N/mm²)、降伏強さは、235 (N/mm²)として計算している。ここで課せられた制約条件は、図8中の→で示すような外力下における各部材の降伏の限界と骨組の変形、骨組の崩壊時の耐力(終局耐力)である。表1中のDは部材せい、Aは断面積、Iは断面二次モー

表1 設計解(5層骨組)

	D(mm)	A(cm ²)	I(cm ⁴)
C1	400	187	42800
C2	500	354	123000
C3	400	180	41100
C4	500	299	110000
B1	700	173	145000
B2	700	158	132000
B3	700	158	132000
B4	500	97.2	42800
B5	500	85.2	37500
W	25.9 t	N _{LP}	222
		N _{EA}	2220

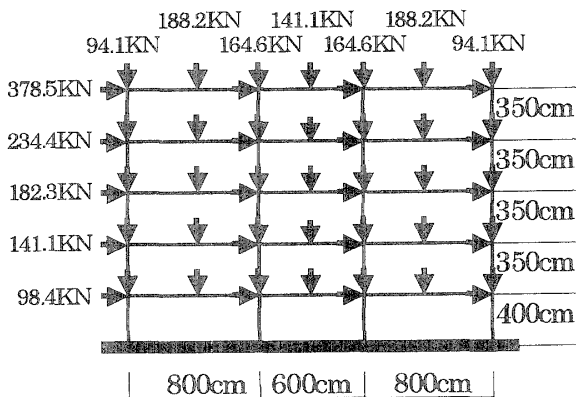


図8 5層3スパン骨組

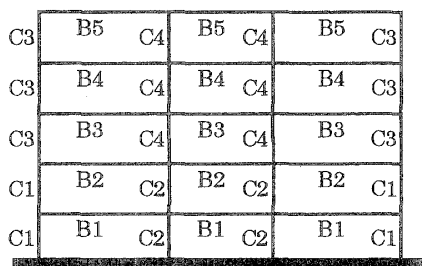


図9 部材記号

メント、Wは構造重量、N_{LP}はSLP法で用いるシンプレックス法のサブルーチンをコールした回数である。また、N_{EA}は、骨組構造解析のサブルーチンをコールした回数である。なお、緩和法による組み合わせ最適化では、設計変数の探索が2順目となったところで既に設計変更はなく、高い収束性を示した。

次に、第二段階における部材せい以外の離散寸法の組み合わせ最適化問題として、以下の問題を考える。

問題5 「 $D_i = D_i^*$ ($i=1, 2, \dots, N_c$), $H_j = H_j^*$ ($j=1, 2, \dots, N_B$)のもとで、制約条件 $G_k > 0$ ($k=1, 2, \dots, N_R$)をすべて満足し、かつ骨組重量 W を最小にする各柱部材の板厚 T_i ($i=1, 2, \dots, N_c$), 各梁部材の部材幅および板厚 (B_j, T_{fj}, T_{wj}) ($j=1, 2, \dots, N_B$) を求めよ。ただし、 $T_i \in \{\hat{T}_1^{D1^*}, \hat{T}_2^{D1^*}, \dots\}$, $(B_j, T_{fj}, T_{wj}) \in \{(\hat{B}_1, \hat{T}_{f1}, \hat{T}_{w1})^{H1^*}, (\hat{B}_2, \hat{T}_{f2}, \hat{T}_{w2})^{H1^*}, \dots\}$ である。また、 D_i^* , H_j^* は、問題4で計算された部材せいの設計解である。」

上記の問題も緩和法により解くことを考える。表1で得られた5層3スパン骨組の部材せいの値に基づけば、各部材の部材せい以外の離散寸法候補 \hat{T} あるいは $(\hat{B}, \hat{T}_f, \hat{T}_w)$ は、表2のように得られる。表1の連続設計解を出発点として、一番目の設計変数から順に、すべての制約条件を満足しかつ最小の断面積を有する離散寸法候補に変換していき、表3の離散断面が得られた。問題4の場合と同様に、設計変数の探索が2順目となったところで既に設計変更はなかった。

比較のため、遺伝アルゴリズム(GA)を用いて、

表2 \hat{T} および $(\hat{B}, \hat{T}_f, \hat{T}_w)$ の離散寸法候補(単位mm)

	D*(H*)	\hat{T} あるいは $(\hat{B}, \hat{T}_f, \hat{T}_w)$
C1, C3	400	$T \in \{12, 16, 19, 22, 25\}$
C2, C4	500	$T \in \{16, 19, 22, 25\}$
B1, B2 B3	700	$(B, T_f, T_w) \in \{(200, 12, 22), (200, 12, 25), (200, 12, 28), (250, 12, 19), (250, 12, 22), (250, 12, 25), (250, 14, 25), (250, 14, 28), (300, 12, 19), (300, 12, 22), (300, 12, 25), (300, 14, 25), (300, 14, 28), (300, 16, 28)\}$
B4, B5	500	$(B, T_f, T_w) \in \{(200, 9, 12), (200, 9, 16), (200, 9, 19), (200, 9, 22), (200, 12, 19), (200, 12, 22), (200, 12, 25), (250, 9, 16), (250, 9, 19), (250, 9, 22), (250, 12, 22), (250, 12, 25), (250, 12, 28)\}$

表3 離散断面 (5層骨組)

	部材断面		部材断面寸法	
C1	□400×12	B1	H700×250×12×19	
C2	□500×19	B2	H700×200×12×22	
C3	□400×12	B3	H700×200×12×22	
C4	□500×16	B4	H500×200×9×16	
		B5	H500×200×9×12	
W	26.5 t	NEA	22	

表4 GAによる離散断面 (個体数70, 200世代)

	断面寸法		断面寸法	
C1	□400×12	B1	H700×300×12×19	
C2	□500×19	B2	H700×200×12×22	
C3	□400×12	B3	H500×200×9×22	
C4	□500×16	B4	H500×200×9×16	
		B5	H500×200×9×16	
W	26.5 t	NEA	14000	

部材せいおよび部材断面を同時に離散最適化 (問題3) した結果も示してみる。GAの選択交配には、文献[13]で示されているようなランク戦略が用いられている。また、エリート保存戦略が併用されている。なお、コーディングについては、部材せい設計変数と部材断面設計変数を別々に番号付けし、バイナリコードにしている。また、適応度は、構造重量に制約条件 ($G_k > 0$) の満足度に関するペナルティを課した次式 W_p に基づき評価している。

$$W_p = W \cdot \left(1 + \sum_{k=1}^{n_R} \Delta G_k \right)$$

$$\Delta G_k = \begin{cases} |G_k| & (G_k \leq 0) \\ 0 & (G_k > 0) \end{cases}$$

表4は、GAにより得られた離散断面である。ただし、ここで示されている結果は、突然変異確率を3%から20%、個体数を20から150の範囲で試行的に計算し最も小さい構造重量が得られた設計解である。

表3の離散断面と表4の離散断面は、一致しているわけではないが、両者の構造重量は、有効数字3桁まで一致していることがわかる。

5. おわりに

建築骨組の最適設計に関する既往の研究では、問題を単純化するために、断面二次モーメントなどのその他の部材断面性能と部材断面積との間に近似関係を設け、部材断面積を連続設計変数とする定式化を採用することが多い。しかし、現実の構造設計の場では、離

散的な寸法値をとる規格部材が使用されることがほとんどであり、また、施工性や建築計画の観点から、梁せいを制限したいことや柱せいを統一したいといった要求もある。

本稿では、特に、部材せい制約と規格部材寸法断面の使用を考慮した鋼構造建築骨組の離散最適設計問題について述べ、連続最適化手法を併用した近似解法に基づく設計手順とその設計例を紹介した。

付表

付表1 角形鋼管断面の規格部材断面寸法リスト例

部材せい	寸法 □D×T (mm)
350mm 系列	□350×12
	□350×16
	□350×19
	□350×22
400mm 系列	□400×12
	□400×16
	□400×19
	□400×22
	□400×25
450mm 系列	□450×16
	□450×19
	□450×22
500mm 系列	□450×25
	□500×16
	□500×19
	□500×22
	□500×25

付表2 細幅系列 H 形鋼の規格部材断面寸法リスト例

部材せい	寸法 HH×B×Tw×Tf (mm)
400mm 系列	H400×200×9×12
	H400×200×9×16
	H400×200×9×19
	H400×200×9×22
500mm 系列	H500×200×9×12
	H500×200×9×16
	H500×200×9×19
	H500×200×9×22
	H500×200×12×19
	H500×200×12×22
	H500×200×12×25
	H500×250×9×16
	H500×250×9×19
	H500×250×9×22
	H500×250×12×22
	H500×250×12×25
	H500×250×12×28

付表2 細幅系列 H 形鋼の規格部材断面寸法リスト例 (続き)

600mm 系列	H600×200×12×19
	H600×200×12×22
	H600×200×12×25
	H600×200×12×28
	H600×250×12×19
	H600×250×12×22
	H600×250×12×25
	H600×250×12×28
	H600×250×16×28
	H600×250×16×32
	H600×300×12×19
	H600×300×12×22
	H600×300×12×25
	H600×300×12×28
H600×300×16×28	
H600×300×16×32	
700mm 系列	H700×200×12×22
	H700×200×12×25
	H700×200×12×28
	H700×250×12×19
	H700×250×12×22
	H700×250×12×25
	H700×250×14×25
	H700×250×14×28
	H700×300×12×19
	H700×300×12×22
	H700×300×12×25
	H700×300×14×25
	H700×300×14×28
	H700×300×16×28

参考文献

- [1] 日本計算工学会：実務に活かす最適設計，2001.1
 [2] 田中尚，中村雄治：建築構造物の自動設計と最適設計，培風館，1973
 [3] 中村恒善：建築骨組の最適設計，丸善，1980

- [4] (例えば) 藤井大地，藤谷義信：薄肉はり置換法による高層ビルの最適設計—薄肉はり置換法による高層ビルの構造解析に関する研究 (その3)，日本建築学会構造系論文報告集，No. 477，pp. 57-66，1995.10
 [5] (例えば) 竹脇出，杉山哲彦，辻聖晃，上谷宏二：縮約モデル—骨組逆置換法に基づく骨組設計法，日本建築学会構造系論文報告集，No. 512，pp. 119-125，1998.10
 [6] (例えば) D. M. Frangopol: Structural Optimization Using Reliability Concepts, J. of Struct. Eng., Vol. 111, ST 11, pp. 2288-2301, 1985
 [7] (例えば) 中村恒善，小坂郁夫：弾塑性骨組の指定設計用変形指標に対する2段階地震応答制約設計法，日本建築学会構造系論文報告集，No. 439，pp. 89-101，1992.9
 [8] 澤田樹一郎，中村雄治，松尾彰：反復線形計画法を用いた平面ラーメンの最適弾性・塑性設計法，日本建築学会構造系論文報告集，No. 485，pp. 117-126，1996.7
 [9] (例えば) K. Hager, R. Balling: New Approach for Discrete Structural Optimization, J. of Struct. Eng., Vol. 114, ST 5, pp. 1120-1134, 1988
 [10] 松本慎也，藤井大地，藤谷義信：梁せいを制約した鉄骨骨組構造の最小重量設計，日本建築学会中国支部研究報告書，第22巻，pp. 221-224，1999.3
 [11] 堤和敏：部材断面成を同一とした鉄骨造せん断系弾性平面骨組の層間変形角指定最小重量設計法，日本建築学会構造工学論文集，Vol. 44 B, pp. 209-214，1998.3
 [12] 今野宏，山下宏：非線形計画法，日科技連，1994
 [13] 大崎純：遺伝的アルゴリズムに基づく不連続コスト関数を有する構造物の最適設計法，日本建築学会構造系論文報告集，No. 464，pp. 119-127，1994.10
 [14] 澤田樹一郎，周岩，中村雄治，松尾彰：部材せい設計変数を考慮した鋼構造建築骨組の最小重量設計に関する研究，日本建築学会構造系論文報告集，No. 544，pp. 133-139，2001.6 (掲載予定)