市場リスクと信用リスクの統合

室町　幸雄

企業が抱えている金融資産ポートフォリオは，市場リスク，信用リスク，流動性リスク，オペレーショナルリスクなど，常にさまざまなリスクに晒されている．これら金融リスクの定量的評価は，1980年代末にその重要性が意識され始め，まずは市場リスク，そして信用リスクの順に評価モデルが開発されてきた．しかし，これまではリスクを個別に評価するだけで，複数のリスクの本格的な統合評価は行われてこなかった．本稿では，リスク統合評価の第一歩として，市場リスクと信用リスクを統合評価するフレームワークを簡単に紹介する．詳細はKijima and Muromachi[2]を参照されたい．

1. 市場リスクと信用リスク

市場リスクは，市場で活発に取引されている資産からなるポートフォリオに対して，1日から10日程度までをリスク・ホライズン（リスク評価期間の長さ）として計測される，ポートフォリオ価値の変動性のことである．現在の市場リスク評価モデルのスタンダードはRiskMetrics™であり，そこでは各資産の収益率（正しくはリスク・ファクター）を多変量正規分布でモデル化しているが，これは第一近似としてそれほど悪くないようである．

一方，金融商品の発行体や取引先が債務を履行できなくなることをデフォルトといい，デフォルトにより被る損失を総称して信用リスクという．この中には，取引先のデフォルトにより将来予定されていたキャッシュフローを受け取れなくなるという直接的な損失だけでなく，将来のデフォルト発生率の上昇による市場価格の下落という間接的な損失も含まれる．信用リスクの源泉であるデフォルトは，○（デフォルトしない）か×（デフォルトする）かといった二元的な事象なので，資産収益率は正規分布で近似できない．しかも，典型的なリスク・ホライズンが1年，2年，…と長いため，市場リスクの場合と違い，観測確率と価格評価のための擬似確率[1]を明確に区別して使用しなければならない．また，金利やデフォルト確率のように期間構造を持つ変数に関しては，偶発的な変動だけでなく，期間構造によるシステマティックな変動も考慮しなければならない．

信用リスク評価モデルには，まだスタンダードは存在しない．代表的なモデルとしてはCreditMetrics™とCREDITRISK$^+$があるが，これらは基本的に信用リスクのみ評価するモデルであり，市場リスクとの統合は暫定的に行われているに過ぎない．というのは，複数のリスクを統合評価するための理論的なフレームワークが明確に構築されていなかったからである．

2. 統合評価のためのフレームワーク

本節では，市場リスクと信用リスクの統合評価の一般的なフレームワークについて説明する．

2.1 二つの確率とフレームワークの全体像

このフレームワークの特徴の一つは，観測確率と価格評価のための疑似確率を明確に区別して使用している点である．まず，これについて触れておこう．

ある資産の価格について考える．一般に，その資産の保有者が将来受け取るキャッシュフローは確率変数である．デリバティブ（金融派生商品）の価格評価理論によると，その資産の現在時刻tにおける価格は，将来のキャッシュフローの割引現在価値の，リスク中立確率の下における条件付き期待値（「時刻tまでの

[1] リスク中立確率やフォワード中立確率など，価格評価にのみ用いられるリスク調整された確率．安全証券と危険証券があるとき，後者の前者に対する相対価格がマルチンゲールになるような確率測度をリスク中立確率測度という．リスク中立確率測度の下で計算される，証券から発生する将来キャッシュフローの割引現在価値の期待値が，その証券の価格になることが知られている．フォワード中立確率測度も似たようなものである．詳細は木島[4]を参照されたい．

むろまち　ゆきお
㈱ニッセイ基礎研究所
〒100-0006 東京都千代田区有楽町1-1-1

情報」を既知としたときの期待値）に等しい．つまり，価格には，将来のキャッシュフローや割引に使う金利などの確率変数の分布が反映されることになる．ただし，そこで反映されるのはリスク中立確率の下での分布であり，現実の分布ではない．このことは将来時点 $T, T>t$, においても同様で，時刻 T における価格は，リスク中立確率の下における時刻 T 以降のキャッシュフローの割引現在価値の（「時刻 T までの情報」を既知としたときの）条件付き期待値に等しい．ところで，「時刻 T までの情報」は時刻 T までに現実に観測される情報のことなので，それらは現実世界の確率（観測確率）に従って発生すると考えなければならない．

すると，時刻 t において将来時刻 T の価格分布を求めるためには，

1. 現在時刻 t までの情報と観測確率をもとに，「時刻 T までの情報」を発生させる．
2. 項1で発生させた「時刻 T までの情報」を既知として，時刻 T 以降のキャッシュフローの割引現在価値の条件付き期待値を，リスク中立確率の下で求める（その値が将来価値のサンプルである）．
3. 項1～2の手順を十分な回数だけ繰り返し，得られた多数のサンプル（将来価値）を統計処理する．

という手順をとらなければならない．

しかし，これまでの市場リスク評価モデルでは，この二つの確率は明示的に区別して使われることがなかった．その理由の一つは，リスク・ホライズンまでの期間が非常に短いため，二つの確率の差が小さく，一方を他方の近似とみなしても問題が生じないからである．しかし，信用リスク評価ではリスク・ホライズンが長くなるため，状況は一変する．例えば，国債と社債の価格からデフォルト確率の期間構造を推定すると，低格付けでは観測値をはるかに上回る値が得られる．この推定されたデフォルト確率が上述のリスク中立確率であり，これと観測確率の違いは決して無視できない．このような理由から，本フレームワークではこの二つの確率を明確に区別して使用する．

図1に，本フレームワークの全体像を示す．考察する状態空間は，一組の基礎変数（各国のデフォルトフリー金利，企業のハザード率（後述），株価，為替レート）によって記述されるものとする．本フレームワークの中核は，これら基礎変数の将来変動を記述する基礎方程式（確率微分方程式）である．まず，基礎方

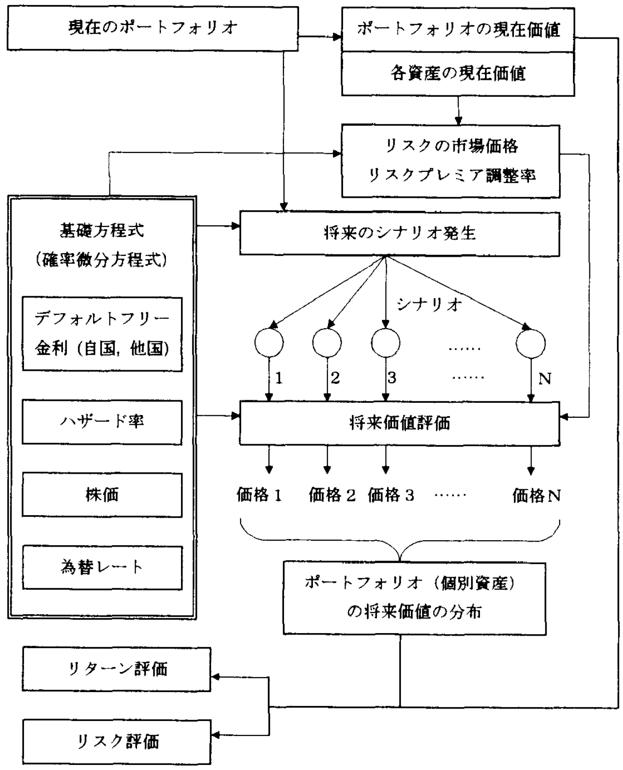

図1　フレームワークの全体構造

程式をもとに，モンテカルロ法を使って現在時刻 t からリスク・ホライズン T までの将来シナリオを，観測確率に従って多数発生させる．さらに，時刻 T 以降も同じ基礎方程式に従って基礎変数が変動すると仮定して，時刻 T における無裁定価格を，リスク中立評価法などを用いてシナリオごとに，資産ごとに算出する．それらを集計すれば T におけるポートフォリオや各資産の価格分布が具体的に得られるので，標準偏差やVaRなど任意のリスク尺度や期待収益率が計算できる．

以下では，金利リスクと信用リスクの統合評価についてのみ示す．株価・為替リスクも扱えば，より総合的な市場リスクと信用リスクの統合評価モデルとなるが，それは本フレームワークの本質ではないので割愛する．興味のある方は田中・室町[5]を参照されたい．

実際に観測される確率測度を P で表し，確率空間 $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ を考える．$\mathcal{F}=\{\mathcal{F}_t;\ t\geq 0\}$ はモデルに与えられた確率的構造から生成されるフィルトレーション[2]である．また，リスク中立確率測度 $\tilde{P}$ は唯一つ存在すると仮定する．

[2] 集合 Ω 上の σ-加法族 $\mathcal{F}$ に対する，$\mathcal{F}$ の部分 σ-加法族の増大列のこと．ここでは確率変数 X 自身から生成されるフィルトレーション $\mathcal{F}_t^X=\sigma(X_s;\ 0\leqq s\leqq t)$ を $\mathcal{F}_t$ とする．確率変数 X の時刻 t までの全情報を意味する

2.2 ハザード率

まず，デフォルト過程を記述するための準備として，ハザード率について述べる．現在時刻を $t=0$，観測確率 P の下で企業 j がデフォルトする時刻を τ_j とすると，τ_j は正の確率変数である．$\tau_j>t$ という条件の下で，ハザード率 $h_j(t)$ を次式で定義する．

$$h_j(t)=\lim_{dt\to 0}\frac{P_t\{t<\tau_j\leq t+dt\}}{dt}.$$

P_t は，情報 $\mathcal{F}_t$ が与えられたときの P の条件付き確率である．$h_j(t)$ が t の確定的な関数のとき，企業 j が時刻 $T, T>t$，まで生存している確率（生存確率）は

$$P\{\tau_j>T\}=\exp\{-H_j(t, T)\}, \tag{1}$$
$$H_j(t, T)=\int_t^T h_j(u)du$$

で与えられる．$H_j(t, T)$ は累積ハザード率である．企業 j のデフォルト特性を調べるには τ_j の確率的挙動を明らかにすればよいが，式(1)が成り立つので，τ_j の代わりに $h_j(t)$ の期間構造を取り扱うことにする．

$h_j(t)$ が確率変数のときは，$h_j(s), t\leq s\leq T$，が具体的に与えられたとき，すなわち $\mathcal{F}_T$ が与えられたとき，

$$P_T\{\tau_j>T\}=\exp\{-H_j(t, T)\} \tag{2}$$

が成り立つとする．このとき，生存確率は，$\tau_j>t$ という条件の下で，

$$P_t\{\tau_j>T\}=E_t[\exp\{-H_j(t, T)\}] \tag{3}$$

で与えられる．E_t は，$\mathcal{F}_t$ が与えられたときの条件付き期待値演算子である[3]．

2.3 基礎方程式：金利過程とハザード率過程

本フレームワークの基礎となるのは，デフォルトフリー金利とハザード率の将来変動を記述する確率微分方程式である．

n 個の企業を考える．時刻 t におけるデフォルトフリーな短期金利を $r(t)=h_0(t)$，企業 j のハザード率を $h_j(t)$, $\boldsymbol{h}(t)=(h_0(t), h_1(t), \cdots, h_n(t))$ とする．観測確率 P の下で，これらは次式に従うと仮定する．

$$dh_j(t)=\mu_j(\boldsymbol{h}(t), t)dt+\sigma_j(\boldsymbol{h}(t), t)dz_j(t), \tag{4}$$

ただし，$\boldsymbol{z}(t)=(z_0(t), z_1(t), \cdots, z_n(t))$ は P の下での $n+1$ 次元標準ブラウン運動で，

$$dz_j(t)dz_k(t)=\rho_{jk}(t)dt, j, k=0, \cdots, n. \tag{5}$$

また，$\mathcal{F}_t=\sigma(\boldsymbol{z}(s), 0\leq s\leq t)$ である．実証分析によると，ハザード率には期間構造が観測されているが，式(4)から得られる $E[h_j(t)]$ が観測結果にうまくあうようにモデル式のパラメータを設定すれば，実証分析の成果をモデルに反映させることができる．

次に，リスク中立確率 $\tilde{P}$ の下での基礎方程式だが，まず，十分大きな正数 T^* に対して，$z_0(t)$ に関するリスクの市場価格 $\beta_0(t)$ を導入すると，

$$\tilde{z}_0(t)=z_0(t)+\int_0^t\beta_0(u)du, \quad 0\leq t\leq T^*$$

はリスク中立確率 $\tilde{P}$ の下での標準ブラウン運動となり，$h_0(t)=r(t)$ は

$$dh_0(t)=\tilde{\mu}(\boldsymbol{h}(t), t)dt+\sigma_0(\boldsymbol{h}(t), t)d\tilde{z}_0(t), \tag{6}$$

（ただし，$\tilde{\mu}_0(\boldsymbol{h}(t), t)=\mu_0(\boldsymbol{h}(t), t)-\beta_0(t)\sigma_0(\boldsymbol{h}(t), t)$）に従う．また，$j=1, \cdots, n$ に関しては，$\tilde{P}$ の下におけるハザード率を $\tilde{h}_j(t)$ として，

$$\tilde{h}_j(t)=h_j(t)+l_j(t), \quad j=1, \cdots, n, \tag{7}$$

を満たす $\mathcal{F}_t$-可予測なリスクプレミア調整率 $l_j(t)$ を導入する．式(6)，(7)により，リスク中立確率 $\tilde{P}$ の下での $\tilde{\boldsymbol{h}}(t)=(r(t), \tilde{h}_1(t), \cdots, \tilde{h}_n(t))$ の挙動を記述する[4]．

式(4)～(7)の確率微分方程式の設定はかなり自由である．ここをうまく工夫することにより，さまざまなタイプのモデルが得られる．

2.4 条件付き独立

n 個の企業のデフォルトの同時分布を考える．式(3)と式(4)からは τ_j の分布関数が得られるが，これは周辺分布が得られたことになるだけで，デフォルトが独立な場合を除くと，これだけでは $(\tau_1, \tau_2, \cdots, \tau_n)$ の同時分布は得られない．この問題を解決するために，条件付き独立という仮定を導入する．

時刻 t におけるデフォルト時刻の同時分布関数を $P_t\{\tau_1>t_1, \cdots, \tau_n>t_n\}$, $t_j\geq t$，とする．条件付き独立とは，$T\geq \max_j t_j$ までの情報 $\mathcal{F}_T$ が与えられたとき，個々のデフォルトが互いに独立，すなわち，

$$P_T\{\tau_1>t_1, \cdots, \tau_n>t_n\}=\prod_{j=1}^n P_T\{\tau_j>t_j\} \tag{8}$$

が成り立つことである．$t=0$ において式(8)の両辺の期待値をとると，同時分布関数

$$P\{\tau_1>t_1, \cdots, \tau_n>t_n\}=E\left[\exp\left\{-\sum_{j=1}^n H_j(0, t_j)\right\}\right] \tag{9}$$

[3] τ_j は $\mathcal{F}$ 可測でないとする．つまり $\mathcal{F}$ からは τ_j の分布関数しか得られず，τ_j は特定されない．デフォルトモデルのフィルトレーションや測定変換（後述）に関する議論は，Kusuoka[3]を参照されたい．

[4] 表現はやや異なるが，これは Jarrow and Turnbull[1]を若干拡張したモデルになっている．

[5] CreditMetrics™ のデフォルト相関は，ここで考慮するハザード率の相関とは異種の相関であり，条件付き独立の仮定とは相容れない．デフォルト時刻の同時分布を閉じた形で評価する必要がなければ，条件付き独立の仮定を外すことにより，CreditMetrics™ 流の相関も考慮できる．

が得られる．通常の独立の場合とは異なり，条件付き独立では $h_j(t)$ の相関を考慮することができる[5]．

2.5 現在価値の評価

例として，デフォルトリスクのある割引債のフォワード中立評価法による価格評価のみ述べる．

企業 j が発行した i 番目の割引債を考える．簡単のため，債券の保有者は，割引債の満期 T_i^j 以前にデフォルトが発生しなければ満期 T_i^j に1円，発生すれば満期 T_i^j に一定の回収額 δ_j 円，$0 \leq \delta_j < 1$，だけ受け取る，と仮定する．フォワード中立評価法によると，この割引債の時刻 $t < T_i^j$ における価格を $v_j(t, T_i^j)$ とすると，$\tau_j > t$ という条件の下で，

$$\frac{v_j(t, T_i^j)}{v_0(t, T_i^j)} = \delta_j + (1-\delta_j) P_t^{T_i^j}\{\tau_j > T_i^j\} \tag{10}$$

が成り立つ．ただし，$P^T\{\tau_j > T\}$ はリスク中立確率測度 $\tilde{P}$ と同値なフォワード中立確率測度 P^T の下での生存確率，$v_0(t, T_i^j)$ は満期 T_i^j のデフォルトフリーな割引債の時刻 t における価格で，

$$v_0(t, T) = \tilde{E}_t[e^{-H_0(t,T)}] \tag{11}$$

である．P^T の下でのハザード率を $h_j^T(t)$ としたとき，

$$h_j^T(t) = h_j(t) + l_j^T(t) \tag{12}$$

を満たすリスクプレミア調整率 $l_j^T(t)$ が存在し，さらに $l_j^T(t)$ は時刻 t の確定的な関数で T に依存しないと仮定して，これを $l_j(t)$ で表す．すると，$\tau_j > t$ という条件の下で，$t \leq T \leq T_i^j$ に対し，

$$P_t^{T_i^j}\{\tau_j > T\} = P_t\{\tau_j > T\} L_j(t, T), \tag{13}$$
$$L_j(t, T) = \exp\left\{-\int_t^T l_j(u)du\right\}$$

と書けて，リスクプレミア調整率 $l_j(s), s \geq t$，は，

$$l_j(s) = -\frac{\partial}{\partial s}\log\left\{\frac{1}{P_t\{\tau_j > s\}}\left(\frac{v_j(t,s)}{v_0(t,s)} - \delta_j\right)\right\}$$

から得られる[6]．$l_j(s)$ が求められれば，式(4)，(12)から P^T の下でのハザード率 $h_j^T(s)$ が得られるので，他のさまざまな資産価格もフォワード中立評価法で求めることができる．

2.6 将来価値の評価

ここでも，割引債からなるポートフォリオの将来価格のみ示す．リスク・ホライズンを $T, t < T < T_i^j$，とする．ペイオフに関する仮定と式(10)，(13)から，時刻 T における上述の割引債の価格は

$$v_j(T, T_i^j) = v_0(T, T_i^j)[\delta_j + (1-\delta_j) P_T\{\tau_j > T_i^j\} \times L_j(T, T_i^j) 1_{\{\tau_j > T\}}], \tag{14}$$

割引債からなるポートフォリオの将来価格は

$$\pi(T) = \sum_{j=0}^{n}\sum_{i=1}^{N_j} w_i^j v_j(T, T_i^j) \tag{15}$$

で与えられる．ただし，1_A は事象 A が真なら1，偽なら0となる定義関数で，w_i^j は企業 j が発行した i 番目の割引債の保有量，N_j は企業 j が発行している割引債の数で，$j=0$ はデフォルトフリーな割引債を示す．

2.7 一般的な計算手順

式(14)が示す将来価格の分布は，式中に定義関数が含まれているので解析的に求めることは難しい．そこで，一般にはモンテカルロ・シミュレーションを用いて数値的に分布を求めることになる．このケースの場合の具体的な計算手順を以下に示す．

1. 式(4)，(5)より，観測確率 P の下でサンプルパス $\boldsymbol{h}(s) = (r(s), h_1(s), \cdots, h_n(s)), t \leq s \leq T$，を発生する．ただし，$T$ はリスク・ホライズンである．
2. 式(2)より，各企業の生存確率 $P_T\{\tau_j > T\}$ をサンプルパスごとに計算し，リスク・ホライズン T までにデフォルトするかどうかを独立に決定する（これが条件付き独立の具体的な意味である）．
3. 項1で発生した $r(T)$ を初期値として，式(6)よりリスク中立確率 $\tilde{P}$ の下でサンプルパス $r(s)$，$T \leq s \leq \max_{i,j} T_i^j$，を十分な数だけ発生し，式(11)より割引率 $v_0(T, s)$ を求める．
4. 企業 j が T までにデフォルトしていない場合には，項1で発生した $h_j(T)$ を初期値として，式(4)よりサンプルパス $h_j(s), T \leq s \leq \max_i T_i^j$，を十分な数だけ発生し，$l_j(s)$ を用いて式(13)より $P_T^{T_i^j}\{\tau_j > T_i^j\}$ を求める．
5. 式(14)，(15)より，$v_j(T, T_i^j), \pi(T)$ を求める．
6. シナリオ数が不足しているならば，項1に戻る．十分な数に達したならば，項7へ．
7. 得られたシナリオを集計して，$v_j(T, T_i^j)$ や $\pi(T)$ の分布を求める．

この手順からわかるように，一般的な設定の下で将来価格の分布を求めるためにはモンテカルロ・シミュレーションを二重の入れ子構造で使用しなければならない．第1段階のシミュレーションは項1～2，第2

[6] 右辺の $v_0(t, s), v_j(t, s), P_t\{\tau_j > s\}, s \geq t$，は時刻 t において観測可能な量であり，これらから得られる $l_j(s)$ は，時点 t における割引債の市場価格と整合的である．市場価格には金利リスクや信用リスク以外のリスクに対する市場の評価も加わっているので，こうして求められる $l_j(s)$ には，それらのリスクの価格への影響も織り込まれている．なお，$l_j(t)$ を時刻 t の確定的な関数としたことにより，将来時点の測度変換も現時点で定められたことになる．

段階のシミュレーションは項3~5の部分である．各段階で非常に多くのシナリオが必要とされる場合，この計算は非常に時間がかかるので，実務には使えない．そこで，計算時間を大幅に削減できる，現実的なモデルを一つを挙げておこう．

3. ガウス型モデル

ガウス型モデルでは閉じた式による価格評価が可能なので，計算時間を大幅に節約できる．

現在時刻を $t=0$ とする．このモデルでは，$t\geq 0$ における観測確率 P の下での基礎方程式を

$$dh_j(t)=(b_j(t)-a_jh_j(t))dt+\sigma_j dz_j(t) \tag{16}$$

と仮定する．ここで，a_j, σ_j は非負の定数，$b_j(t)$ は時刻 t の確定的な関数とし，相関係数は一定 $\rho_{jk}(t)=\rho_{jk}$ とする．式(16)の解とそれに対する累積ハザード率は簡単な式で与えられ，同様にデフォルト時刻 τ_j の生存確率式(3)や同時分布関数式(9)も容易に表現できる．

ハザード率に関しては，期間構造が3パラメータ・ワイブル分布[7]に従うと仮定して，

$$E[h_j(t)]=\lambda_j\gamma_j(t+m_j)^{\gamma_j-1},\quad t\geq 0,$$

と表現する．パラメータ $(\lambda_j, \gamma_j, m_j)$ を実際のデフォルト・データから推定して使用すれば，実証分析の成果をリスク評価の中に取り込むことができる．

次に，リスク中立確率測度 $\tilde{P}$ の下での基礎方程式だが，$j=0$ でリスクの市場価格 $\beta_0(t)$ を時刻 t の確定的な関数と仮定すると，$r(t)=h_0(t)$ は，$\tilde{P}$ の下で，拡張 Vasicek モデル

$$dh_0(t)=(\phi_0(t)-a_0h_0(t))dt+\sigma_0 d\tilde{z}_0(t),$$

$$\phi_0(t)=b_0(t)-\sigma_0\beta_0(t)$$

に従う．$j=1,\cdots,n$ では，リスクプレミア調整率 $l_j(t)$ に関する仮定から，$h_j(t)$ は $\tilde{P}$ の下で

$$d\tilde{h}_j(t)=(\phi_j(t)-a_j\tilde{h}_j(t))dt+\sigma_j dz_j(t),$$

$$\phi_j(t)=b_j(t)+a_jl_j(t)+\frac{dl_j(t)}{dt}$$

に従う[8]．ただし，$l_j(t)$ が t で微分可能と仮定した．このとき，デフォルトリスクのある割引債や利付債，比較的単純なデリバティブの価格は，簡単な閉じた式で与えられる．

4. 数値例

最後に，ここで述べた統合リスク評価モデルの出力例を簡単に示す．

図2は，固定金利の国債・社債20銘柄からなるポートフォリオの1年後の価格分布を，ガウス型モデルを用いて求めた結果である[9]．図2(a)（短期金利のボ

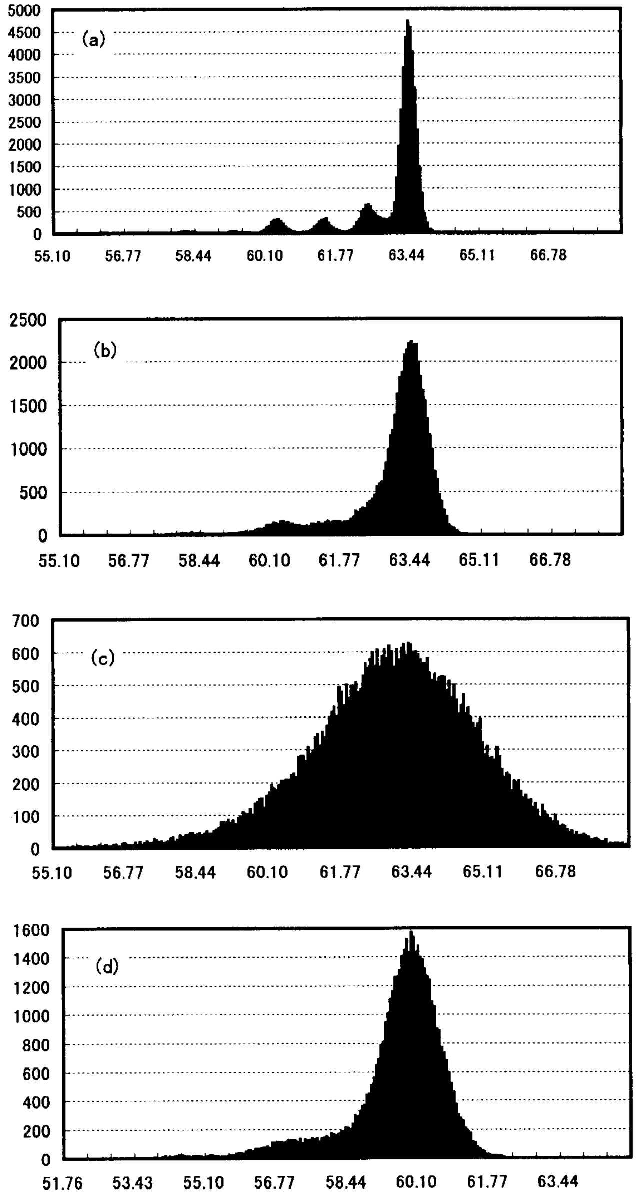

図2　ポートフォリオの将来価値の分布（縦軸：頻度，横軸：将来価値）

[7] ワイブル分布のハザード率は $h(t)=\lambda\gamma t^{\gamma-1}$ で，$h(t)$ は $\gamma>1$ のとき t とともに増加し，$\gamma=1$ のとき t によらず一定，$0<\gamma<1$ のとき t とともに減少する．ここでは，さらに位置パラメータ m を加えた3パラメータ・ワイブル分布を使用している．ただし，$\lambda_j, \gamma_j>0, m_j\geq 0$ である．

[8] $\phi_j(t)$ は，モデルから算出される債券のイールドカーブが現在観測されるイールドカーブと一致するように与えられる．

[9] 計算条件は田中・室町[5]を参照されたい．

[10] $(100-\alpha)$%-VaR とは，将来価格分布の α パーセント点と基準点との差であり，$(100-\alpha)$%-CVaR とは，$(100-\alpha)$%-VaR を下回る部分の条件付き期待値と基準点との差である．表中の VaR と CVaR は，将来価格の期待値を基準点として測定した．

表1 ポートフォリオのリターン・リスク尺度

		(a)	(b)	(c)	(d)
構成資産		国債・社債20銘柄			+ SWAPs
σ_0		0.0%	0.2%	1.0%	1.0%
現在価格		59.299			59.289
期待値		62.943	62.943	62.942	59.549
標準偏差		1.107	1.156	1.990	1.253
VaR	90%	1.494	1.453	2.482	1.503
	95%	2.584	2.535	3.337	2.545
	99%	4.611	4.492	5.355	4.567
CVaR	90%	2.778	2.814	3.753	2.892
	95%	3.577	3.653	4.642	3.783
	99%	5.954	5.992	6.919	6.204
(a)に対する比率					
標準偏差		100.0%	104.3%	179.7%	113.2%
VaR	90%	100.0%	97.3%	166.1%	100.6%
	95%	100.0%	98.1%	129.2%	98.5%
	99%	100.0%	97.4%	116.1%	99.0%
CVaR	90%	100.0%	101.3%	135.1%	104.1%
	95%	100.0%	102.1%	129.8%	105.8%
	99%	100.0%	100.6%	116.2%	104.2%

ラティリティ：$\sigma_0=0\%$）は信用リスクのみ評価した場合で，分布は多峰形になっている．右端の峰はデフォルトが1件も発生しない場合，他の峰はデフォルトが発生した場合の分布である．信用リスクのみ評価する場合，資産数が少ないとこのような多峰形になるが，資産数が増大すると左裾の長いファット・テイルな分布になる．次に，金利リスクが大きくなる，すなわちσ_0が大きくなると，各峰は拡散して重なりあうようになる（図2(b)，(c)を参照）．金利リスクは，決して無視できない影響を将来分布に及ぼしている．

図2(d)は，ポートフォリオにさらに幾つかの金利スワップ（固定払い変動受け）を追加して，金利リスクをヘッジしたときの分布である．図2(d)では，金利リスクのかなりの部分が金利スワップでヘッジされているため，信用リスクの寄与が再び左裾に現れて，図2(a)と類似した形状になっている．参考のため，表1にポートフォリオの主なリターン・リスク尺度を示す[10]．

このように，本稿で紹介したモデルを使えば，単にポートフォリオのリスク量を求めるだけでなく，それを市場リスクと信用リスクの寄与に分解したり，デリバティブ等を用いたリスクヘッジの効果を調べるなど，さまざまな分析が可能となる．さらに，将来分布からは，個別資産の期待収益率やポートフォリオ効果を考慮したリスク量も求められるので，個別資産のリスク・リターン分析を行うことも可能である．なお，本モデルにはクレジット・デリバティブも容易に組み込めるので，それらを用いた信用リスク・ヘッジの効果も分析することができる．

参考文献

[1] Jarrow, A. and Turnbull S.: "Pricing derivatives on financial securities subject to credit risk", *Journal of Finance*, 50 (1995).

[2] Kijima M. and Muromachi Y.: "Evaluation of credit risk of a portfolio with stochastic interest rate and default processes", *Journal of Risk*, 3 (2000).

[3] Kusuoka S.: "A remark on default risk models", *Advances in Mathematical Economics*, 1 (1999).

[4] 木島正明："期間構造モデルと金利デリバティブ"，朝倉書店 (1999).

[5] 田中周二，室町幸雄："市場リスク・信用リスク統合評価モデル"，ニッセイ基礎研所報，16 (2001).