

# エージェントの努力水準に関する $n$ 個の指標に基づいたインセンティブ・システムの設計問題について

松村 良平, 木嶋 恭一, 中野 文平, 猪原 健弘

## 1. はじめに

高齢化の進展, 不況などの理由により, 近年, 年功型の給与体系から成果・業績重視型のそれへの移行が進みつつある. この給与方法が効果的となるためには, 労働者の業績の正確な評価が不可欠となるのだが, 一般に組織への貢献の大きさを正確に測ることは難しい. このため, 実際の人事考課においては, 売り上げなどの数字に出る成績だけでなく, 上司・同僚などの評価も考慮に入れた多面評価を行っている場合もある [1, 2].

このような給与方法に関する意思決定問題を分析するモデルとして, エージェント・モデルとよばれるものが存在する [3, 4]. エージェント・モデルとは, プリンシパルとよばれる経済主体が, 自らの目的にそった行動をエージェントとよばれる別の経済主体に依頼するという状況で, どのように報酬を与えればエージェントを効果的に動機づけられるのかを分析するためのモデルである. プリンシパルがエージェントの行動を完全に観察できるとき, プリンシパルは, 自分の望むような行動をエージェントがとるときにのみ合意された報酬を支払い, そうでないときは解雇・減給などのペナルティーを与えるというやり方で, エージェントの行動を完全にコントロールすることができる. しかし, 現実には管理者が組織の成員の行動を逐一監督し, 自分の望むような行動をとったかどうか判定するということが不可能である. 自分の行動がプリンシパルに正確には観察されないと分かっているとき, エージェントは必ずしもプリンシパルの望むような行動をとるとは限らない. これがエージェントのモラル・ハザードとよばれるものである.

プリンシパルは, エージェントの努力水準のひとつの指標<sup>1</sup>でもある成果に基づいた給与 (つまり業績給) を与えることで, このモラル・ハザードをある程度防ぐことができる. しかし, 成果は努力水準以外の環境的 (外的) 要因などにも影響を受けるため, このような業績給の導入を極端にすすめてしまうと, エージェントに不必要に大きなリスクを負担させることになってしまう. Holmstrom は, 成果のほかにもエージェントの努力水準に関する指標が存在する場合, たとえそれが大きなノイズを含むものであっても, その指標も考慮に入れてインセンティブを与えることが望ましいということを示した [5]. つまり現実の賃金問題に即していえば, 売り上げなどの数字に出る成績のほかにも, 上司や同僚などの評価といったものもできるだけ考慮に入れて給与を与えるのがよいということである. しかし, 努力水準に関する追加的な情報をもたらす指標を考慮に入れることが望ましいことはわかったとしても, それらを状況に応じてどのように用いるべきか, 言い換えると, 複数の指標 (成果も含む) が存在する場合, 職務の性質やエージェントの能力といった要因に応じて, それらをどの程度重視して用いるべきかという問題に答える研究は存在しない. また, Holmstrom のモデルでは, 追加的な指標は1つだけしか考慮されていないのだが, 現実の人事考課において, 1つや2つだけでなくさらに多くの指標 (要素) を考慮に入れた多面評価がなされる場合も多いことを鑑みても, 3個以上の指標を考慮したモデルを構築するのは, 必然的な拡張であると考えられる. 本論文は,  $n$  個の指標, 生産性, 職務の遂行による不効用といった要素を取り入れたモデルを用いることによって, こ

<sup>1</sup>成果も, 上司や同僚による評価も, 当然努力水準の関数と考えられる (努力水準が高くなれば, これらの値も高くなるだろう). その意味で, これらは努力水準に関する情報を与える指標と考えることができる. プリンシパルはこれらの指標から, エージェントの努力水準を評価することができるわけである.

まつむら りょうへい, きじま きょういち, なかの ぶんべい, いのはら たけひろ  
東京工業大学  
〒152-8552 東京都目黒区大岡山2-12-1  
受付00.6.27 採択01.11.12

の問題に対する指針を与えようというものである。

次節で分析に用いる新しいモデルを紹介し、第3節で分析を行う。第4節では結論を述べる。

## 2. モデル

### 2.1 エージェンシー・モデル

エージェンシー・モデルとは具体的には次のような最適化問題のことである。まずプリンシパルは、どれだけ働けばどれだけのインセンティブを与えるのかというインセンティブ・システム（以下IS）をエージェントに提示する。次にエージェントは、このISのもとで自らの目的関数の値を最大にするような努力水準を決定し、このときの目的関数の値が、自らが最低限要求する効用（つまり、ほかのプリンシパルと契約したときに得られる効用）である留保効用以上になれば契約に応じ、下回れば契約に応じない、契約に応じなければ両者の得る効用はゼロである。このことを鑑みて、プリンシパルは自らの目的関数の値を最大化するようにISを決定するわけである。本論文ではISとは、固定給と複数の指標に基づいた給与をそれぞれの程度与えるのかを規定したもののことである。

節2.2で分析モデルについて述べるが、具体的には、たとえば次のような状況を想定されるとよい。

(A) 販売会社の人事部（プリンシパル）がセールスマン（エージェント）の報酬を決定しようとしているケース

人事部は、セールスマンの売り上げ数、上司・同僚の評価といったものを考慮して報酬を決定する。

(B) 販売会社の株主（プリンシパル）が経営者（エージェント）の報酬を決定しようとしているケース

株主は、会社の売り上げ数、外部からの情報などによって、報酬を決定する。

(C) 自動車メーカー（プリンシパル）が部品製造の下請会社（エージェント）の報酬を決定しようとしているケース

自動車メーカーは、下請け会社の生産数、下請け会社とかかわりをもつ複数の人間の評価などによって報酬を決定する

### 2.2 分析モデル

次に、実際に分析に用いるモデルを説明する。記号は、確率変数  $\theta_i$  を除きすべて正の実数値をとるものと仮定する。

(1)  $e$ : エージェントの努力水準

(2)  $x_i(e, \theta_i) = e + \theta_i$ : エージェントの努力水準に関する第  $i$  指標 ( $i=1, \dots, n$ )<sup>2</sup>

ここで、第一の指標  $x_1(e, \theta_1)$  を経済的成果を表す指標とする。たとえば(A)の例では、セールスマンの売り上げ数を、(B)の例では販売会社の売り上げ数を、そして(C)の例では下請会社の生産数を表していると考えられる。

$\theta_i$  は平均0、分散  $\sigma_i^2$  の正規分布に従う確率変数とする。プリンシパルは、売り上げなどの数字に出た経済的成果、上司あるいは同僚による評価といったものによってエージェントを評価したいのだが、これらの指標からエージェントの真の努力量を100パーセント正しく評価するという事は極めて困難であり、各指標はいくらかのノイズをとまうと考える方が自然である。 $\sigma_i$  が大きいということは第  $i$  指標が大きなノイズを含んだものであるということである。たとえば、第  $i$  指標が上司の評価だとすると、 $\sigma_i$  が大きいということは、上司による評価に大きなばらつきが存在することを意味している。ただし、 $\theta_i$  は互いに独立な確率変数であるものとする<sup>3</sup>。

(3)  $\sum\{t_i x_i(e, \theta_i)\}$ : 努力に応じて支払われる給与（指標に基づく給与）

エージェントは、固定給のほかに各指標に基づいた給与  $\sum\{t_i x_i(e, \theta_i)\}$  を得る<sup>4</sup>。 $t_i$  は第  $i$  指標を評価指標としてどれだけ重視するのか、その重みを表す変数である。 $t_i$  が大きいということは、プリンシパルは給与を与える際に第  $i$  指標を重視し、これに基づいた給与を多く与えるということの意味している。 $\sum\{t_i x_i(e,$

<sup>2</sup> 努力水準に関する指標を、真の努力水準と不確実性を表す確率変数の和の形で表現するやり方は、直観的にも自然であるし解析的な分析が容易になることから、いくつかの分析モデルでも取り入れられている[4, 6]。

<sup>3</sup> 現実には、複数の指標がまったく独立とはいえないケースも存在する。たとえば、指標として上司による評価、同僚による評価、売り上げの3つが存在するケースを考えてみよう。環境に恵まれて本来の努力以上の売り上げをあげたエージェントの同僚は、低いバイアスをかけた評価をプリンシパルに提出する可能性がある。また、上司が努力以上の評価をしていると知ったときも、同僚は低く評価することがあるだろう。しかし、正確な評価を下すようにする何らかのプレッシャーが存在するときは（たとえば、他の上司・同僚の下す評価と食い違う評価を下すことで、評価者本人の信用がそこなわれるようなとき）、これらの指標は比較的独立していると考えてよいだろう。指標間の相関関係が大きいケースには本論文の結論は適用できない。

<sup>4</sup> 本論文では、特にことわらない限り、 $\sum_{i=1}^n$  を  $\Sigma$  と表記することにする。

$\theta_i$ ) は平均  $\sum(t_i e)$ , 分散  $\sum(t_i^2 \sigma_i^2)$  の正規分布に従う確率変数となる。

(4)  $f$ : 固定給

エージェントは、努力水準に関する指標の大きさにかかわらず固定給  $f$  を得る。

(5)  $R = r \sum(t_i^2 \sigma_i^2)$ : リスク関数

エージェントのリスクに関する不効用を、リスク関数として表すことにする。これはエージェントの得る金銭（これは確率変数である）の分散の定数倍で評価する。

(6)  $N = ue - ce^2$ : 非金銭的効用関数[7, 8]

本モデルでは、職務の遂行から得られる金銭以外の効用および不効用を、非金銭的効用関数として表す。これは仕事の面白さ、達成感などの効用と、倦怠感、疲労といった不効用を含むものである。非金銭的効用は、努力水準が小さいうちはこの増加関数であると考えるのは自然である。しかし、努力水準が大きくなってくると今度は肉体的、精神的な疲労という負の効用が急に増加してくるものと考えられる。よって非金銭的効用は、努力水準が小さいうちはこの増加関数であるが、努力水準が大きくなると減少関数となるように関数設定をすべきであると考えられる。本モデルでは仕事の面白さなどの正の効用と、疲労などの負の効用の和の形で、この条件を満たすように関数設定した。  $c$  は職務の遂行がもたらす不効用の大きさを表すパラメーターである。

(7)  $P = px_i(e, \theta_i) - \sum\{t_i x_i(e, \theta_i)\} - f$ : プリンシパルの効用関数

ここで、 $p$  を金銭的生産性とよぶことにする。 $p$  と  $x_i(e, \theta_i)$  の積がプリンシパルにもたらされる金銭である。プリンシパルは、ここから、エージェントへの固定給と指標に基づく給与を支払うわけである。たとえば(A)の例では、 $p$  はセールスマンの売った財の販売価格と解釈できる。セールスマンの能力が高いほど、 $p$  の値は大きくなる。(B)の例では、 $p$  は会社の売った財の販売価格と考えられる。さらに、(C)の例では、 $p$  は生産された部品の非不良品率とその部品の市場価格の積と考えられよう。下請会社の能力が高いほど不良品が少なくなるので、非不良品率が高くなる、すなわち(価格を一定とすれば)  $p$  が大きくなる。

通常のエージェンシー・モデルと同様、プリンシパルはリスク中立的であるものと仮定すれば、プリンシパルの期待効用  $E(P)$  は

$$E(P) = pe - \sum(t_i e) - f$$

となる。

(8)  $M = \sum(t_i e) + f - R$ : エージェントの金銭的効用関数

エージェントの金銭的効用関数は、得られる金銭の期待値からリスクに関する不効用を引いたもので定義する。

(9)  $A = M + N$ : エージェントの目的関数

エージェントの目的関数は、金銭的効用と非金銭的効用の和で定義する<sup>5</sup>。

(10)  $B$ : 留保効用

エージェントは、目的関数の値がこの留保効用以上でなければ契約に応じない。そのような最低水準の効用を留保効用とよび  $B$  で表す。

以上より、プリンシパルの意思決定問題は次のように表せる<sup>6</sup>。

$$\begin{aligned} \max_{f, t_i} E(P) \\ \text{s. t. } A \geq B \\ e \in \arg \max_e A \end{aligned}$$

### 3. 分析結果

本節では、パラメーターが最適な IS にどのような影響を与えるのかを分析する。本論文では、複数の指標をどのように用いるべきかを分析することが目的であるので、これらの重みを表す変数  $t_i$  に注目する。

与えられた最適化問題を解くと、

$$t_i = \frac{p}{\left(1 + \frac{\sigma_i^2}{\sigma_1^2} + \dots + \frac{\sigma_i^2}{\sigma_{i-1}^2} + 4cr\sigma_i^2 + \frac{\sigma_i^2}{\sigma_{i+1}^2} + \dots + \frac{\sigma_i^2}{\sigma_n^2}\right)}$$

となる（導出過程は付録を参照されたい）。これより明らかに、

$$\begin{aligned} \partial t_i / \partial p \geq 0, \quad \partial t_i / \partial c \leq 0, \\ \partial t_i / \partial \sigma_i \leq 0, \quad \partial t_i / \partial \sigma_j \geq 0 \quad (j \neq i) \end{aligned}$$

となることがわかる。

<sup>5</sup> これは、平均—分散アプローチとよばれるものである。エージェントの効用関数を  $D(\bar{x})$  としたとき ( $\bar{x}$  は確率変数)、 $-D''/D' = k(\text{const})$  となるならば、 $D(\bar{x})$  の確実同値額は  $E(\bar{x}) - (k/2) \text{VAR}(\bar{x})$  となることが知られている[4]。

<sup>6</sup> この意思決定問題では、エージェントの努力水準選択の際に不確実性が考慮されないようにみえるが ( $\partial e / \partial \sigma_i = 0$ )、不確実性は IS の決定に影響を及ぼすわけで、それを通してエージェントの努力水準も変化することになる ( $de/d\sigma_i = \partial e / \partial \sigma_i + \partial e / \partial t_i \cdot \partial t_i / \partial \sigma_i \neq 0$ )。つまり、不確実性によるモラルハザードが考慮されないわけではない。

## 4. 結論

前節で得られた結果から次のことがわかる。

1. 金銭的生産性が高いときはすべての指標を重視するのが望ましい。
2. 職務の遂行がもたらす不効用が小さいときはすべての指標を重視するのが望ましい<sup>7</sup>。
3. ある指標のノイズが大きいときは、その指標を重視しないのが望ましい。
4. ある指標のノイズが大きいときは、他の指標を重視するのが望ましい。

ただし、これらの結論は、各パラメーターの大きさに応じて各指標をどれだけ重視すべきであるか、その重みの“絶対的な大きさ”を表しているもので、複数の指標を比べたときにどれを重視すべきかという、いわば重みの“相対的な大きさ”について述べているものではないことに注意されたい。たとえば節3は、ある指標のノイズが大きいときは、その指標を重視しないのが望ましいことを述べているのだが、他の指標と比べてどうであるのかということについてはふれていない。また節4も、ある指標のノイズが大きいときは、他の指標を重視するのが望ましいということ述べているが、当該の指標“よりも”重視すべきであるというようなことを述べているわけではない。

$\rho$ が大きいときは、プリンシパルはすべての  $t_i$  を大きくすることで、つまり各指標を重視することで、エージェントの努力水準を大きくしてやるのが効果的になる。努力水準が大きくなることにともない、エージェントの不効用も増大するのだが、それ以上に成果の増大による利得の増加分が大きくなるからである。

$c$ が大きいとき、プリンシパルは  $t_i$  を大きくしてエージェントの努力水準を引き上げてしまうと、エージェントの不効用  $-ce^2$  が急激に大きくなってしまい

<sup>7</sup> 今回のモデル分析では、 $t_i$  を求める過程において  $u$  が消えてしまっている。職務の遂行がもたらす内発的な正の効用をも考慮したモデルによる分析から、「内発的動機づけが小さいときほど業績給が効果的になる。」という関係があることも確認されている[7, 8]ことから、 $t_i$  と  $c$  の関係から単純に、どんな場合でも「面白い仕事に従事するエージェントには業績給を与えるべきではない。」とはいえない。今回の結論2は、 $u$  による  $t_i$  への影響が  $c$  による影響に比べて十分小さいとき、たとえば従来のエージェンシー・モデルが仮定してきた「職務の遂行は金銭以外には正の効用をもたらさない」（つまり  $u=0$ ）というようなケースでのみ意味をもつものであるということに注意されたい。

効果的でない。なぜなら、プリンシパルは留保効用を保証しなくてはならないので、その不効用の急激な増加分を金銭的に補ってやらなくてはならなくなるからである。

ノイズの大きい指標が存在したときは、その指標を重視すべきでない、また他の指標を重視すべきであるということは直感的にもよくわかることであろう

具体的に(A)の例で考えてみよう。いま、人事部のP氏が販売部のA氏の人事考課(査定)をしようとしている。P氏はA氏の仕事ぶりを評価するのに、A氏の上司による評価、同僚による評価、A氏の売り上げの3つの指標を利用できるものとする。A氏の上司はA氏の働きぶりを比較的正確に把握できているが、同僚はそうではなく、また、売り上げは努力以外の要因による影響が大きく、努力水準の指標としてはやや不正確なものであるとする。このとき上の項1~4は具体的に次のことを意味することになる。

5. A氏の売財の販売価格が高いとき、P氏はA氏の給与を決定する際に、すべての指標を重要視したISを設計するのが望ましい。

6. 販売という職務の遂行がA氏にもたらす疲労や倦怠感が小さいとき、すべての指標を重要視したISを設計するのが望ましい。

7. P氏はA氏の給与を決定する際に、彼のあげた売り上げや同僚による評価を重要視すべきでない。

8. P氏はA氏の給与を決定する際に、上司による評価を重要視するのがよい。

本研究では、業績給導入に関するより現実的な指針を得るために、エージェントの努力水準に関する  $n$  個の指標を取り入れたモデルを設計し分析を行った。今後は、より制約の弱い一般的なモデルでの研究を行うことを課題として研究を進めていきたいと考えている。

**謝辞** 貴重なご助言を下された査読者の先生方に感謝申し上げます。

## 参考文献

- [1] 永野仁,『日本企業の賃金と雇用一年俸制と企業間人材配置―』, 中央経済社, 1996.
- [2] 日本経営者団体連盟, 新・日本的経営システム等研究プロジェクト,『新時代の日本的経営―挑戦すべき方向とその具体策―』, 1995.
- [3] 谷内正文,「エージェンシー・モデルについて」, オペレ

ーションズ・リサーチ, 1983年11月号, pp. 558-564.

- [4] Spremann, K., 'Agent and Principal', in "Agency Theory, Information, and Incentives", Springer-Verlag, 1987.
- [5] Holmstrom, B., "Moral Hazard and Observability", Bell Journal of Economics, 10, 1979, pp. 74-91.
- [6] P ミルグロム, J ロバーツ (奥野他訳), 『組織の経済学』, NTT 出版, 1997.
- [7] 松村良平, 中野文平, 猪原健弘, 高橋真吾, 「職務の性質に応じたインセンティブ・システムの設計方法に関する分析」, 経営情報学会誌, Vol 7, No 3, 1998, pp. 65-78.
- [8] 松村良平, 中野文平, 猪原健弘, 高橋真吾, 「複数の目的をもった労働者に対するインセンティブ・システムの設計方法に関する分析」, オペレーションズ・リサーチ 1999年11月号, pp. 621-626.

## 付録

エージェントは自らの目的関数を最大にするように努力水準を決定するのだから,

$$\frac{\partial A}{\partial c} = \sum t_i + u - 2ce = 0$$

として,

$$e = \frac{\sum t_i + u}{2c} \quad (1)$$

となる. ただし,  $\partial^2 A / \partial e^2 = -2c < 0$  ゆえ, 二階条件はみたされている.

また, プリンシパルは自らの期待効用を最大にするために  $A=B$  となるようにする.

( $\because A > B$  のとき,  $f$  の値を  $A-B$  だけ小さくしても  $e$  は変わらず, それゆえ契約は成り立つのであるが, このとき  $E(P)$  は  $A-B$  だけ大きくなる.)

$A=B$  (一定) なので,  $E(P)$  を最大化することと  $E(P)+A$  を最大化することは同値である.

$$E(P)+A = pe + ue - ce^2 - r \sum (t_i^2 \sigma_i^2)$$

式(1)をこれに代入して,

$$E(P)+A$$

$$= (p+u) \frac{\sum t_i + u}{2c} - \frac{(\sum t_i + u)^2}{4c} - r \sum (t_i^2 \sigma_i^2)$$

プリンシパルはこれを最大にするように  $t_i$  を決定するのだから,

$$\frac{\partial (E(P)+A)}{\partial t_i} = \frac{(p+u) - (\sum t_i + u)}{2c} - 2rt_i \sigma_i^2 = 0$$

として

$$(1+4cr\sigma_i^2)t_i + \sum_{j \neq i} t_j = p \quad (2)$$

となる. ただし,

$$\partial^2 (E(P)+A) / \partial t_i^2 = -1/2c - 2r\sigma_i^2 < 0$$

ゆえ, 二階条件はみたされている.

よって,

$$(1+4cr\sigma_1^2)t_1 + t_2 + \dots + t_n = p \quad (3)$$

$$t_1 + (1+4cr\sigma_2^2)t_2 + \dots + t_n = p \quad (4)$$

$\vdots$

$$t_1 + t_2 + \dots + (1+4cr\sigma_n^2)t_n = p \quad (5)$$

式(3), (4)より

$$4cr\sigma_1^2 t_1 - 4cr\sigma_2^2 t_2 = 0$$

よって,

$$t_2 = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} t_1$$

となる.

同様にして,

$$t_i = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_i^2} t_1$$

を得る.

これらを式(3)に代入して,

$$t_1 = \frac{p}{\left(1+4cr\sigma_1^2 + \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} + \dots + \frac{\sigma_1^2}{\sigma_n^2}\right)}$$

となる. 同様に考えて

$$t_i = \frac{p}{\left(1 + \frac{\sigma_i^2}{\sigma_1^2} + \dots + \frac{\sigma_i^2}{\sigma_{i-1}^2} + 4cr\sigma_i^2 + \frac{\sigma_i^2}{\sigma_{i+1}^2} + \dots + \frac{\sigma_i^2}{\sigma_n^2}\right)}$$

を得る.