

第3回 ファジイ推論システムの最適構成と推定への応用

時永 祥三

1. はじめに

ファジイ理論 (fuzzy theory) は複雑系の理論が話題となる以前から研究されており、正確には別の領域の議論である。しかし、あとで述べるように、ファジイ推論システムの改善にGAが有効であること、複雑系の代表的な理論であるカオス時系列の近似問題に、ファジイ推論が適していることなどが分かっている。従って、以下では次のような限定的な分野に関してファジイ理論を用いていくことにする。

- (1) ファジイ推論による債券の格付
- (2) 多段ファジイ推論によるルール数の削減
- (3) 多段ファジイ推論による株価とカオスの予測

2. ファジイ理論の基礎

ファジイ理論は1968年にZadeh教授により提唱され[10]、しばらく理論としての研究が行われていたが、1974年にMamdani教授により現実の機械制御へ適用されてから、商用への応用が活発に研究され始めた[3],[6]。特に、日本では1980年代よりファジイ制御の製造プロセスなどへの応用が始まり、その後1990年には家電製品へのファジイ制御プログラムの組込みがなされるなど注目されている[4, 6]。

ファジイ理論の中でも、ここでとりあげるファジイ推論は実際への応用において最もよく用いられるものである。ファジイ推論とは、一種のプロダクションルール (if-thenルールともよぶ) であり、複数のルール (判断の規則) を並列的に構成しておき、次に示すように、ifに続けて書かれた条件部 (前件部ともいう) を満足するルールが存在するとき、そのルールのthenに続けて書かれた実行部 (後件部ともいう) の内容が、システムに作用する仕組みである。

$$\begin{aligned}
 &\text{if } x_1 \text{ is } A_{11} \text{ and } x_2 \text{ is } A_{12} \cdots \text{ and } x_M \text{ is } A_{1M} \\
 &\quad \text{then } y \text{ is } B_1 \\
 &\text{if } x_1 \text{ is } A_{21} \text{ and } x_2 \text{ is } A_{22} \cdots \text{ and } x_M \text{ is } A_{2M} \\
 &\quad \text{then } y \text{ is } B_2 \\
 &\quad \cdots \cdots \\
 &\text{if } x_1 \text{ is } A_{N1} \text{ and } x_2 \text{ is } A_{N1} \cdots \text{ and } x_M \text{ is } A_{NM} \\
 &\quad \text{then } y \text{ is } B_N \quad (1)
 \end{aligned}$$

ここで、 N はルール数であり、 $x_j (j=1 \sim M)$ は入力変数である。 $A_{ij}, B_i (i=1 \sim N, j=1 \sim M)$ は前件部および後件部に対応するファジイ集合であり、入力変数ごと、ルールごとに設定される。 y は推論の結果である。この y は、分類問題の場合には分類カテゴリに相当する数値に対応し、ファジイ制御のケースではシステムを操作する量に対応する。

ファジイ集合は、具体的には図1に示すようなメンバーシップ関数として定義される。

式(1)に示されたプロダクションルールは並行的な規則であり、これらの全体を適用して最終的に得られる y の値を計算する必要がある。これには、いくつかの方法があり、直接法と間接法とに分けられる。これらの詳細については文献[9]を参照されたい。

現実的には取り扱いのしやすさから、以下で示す簡易推論による計算が最もよく用いられる。簡易型推論はファジイ推論における後件部 B_i のファジイ集合を確定値 (シングルトン) により代表させたことに相当している[4]。すなわち、後件部 B_i はファジイ集合ではなく、1つの実数値である w_i に置き換える。

この方法では、 i 番目の推論ルールの適合度を用いて、出力は次のように計算される。

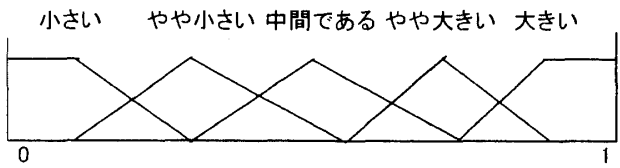


図1 メンバーシップ関数の例

ときなが しょうぞう
九州大学 大学院経済学研究院経済工学部門
〒812-8581 福岡市東区箱崎6-19-1

$$\mu_i = \prod_{j=1}^M \mu A_{ij}(x_j) \quad (2)$$

$$y = \frac{\sum_{i=1}^N \mu_i w_i}{\sum_{i=1}^N \mu_i} \quad (3)$$

ここで、 μA_{ij} はファジイ集合 A_{ij} のメンバーシップ関数、 μ_i はルール i の適合度であり、適合度をウェイト w_i で荷重平均したものが、ルール集合の出力 y となる。

【学習によるウェイトの決定】

ファジイ推論ルールを適用する例として、最初に判別問題を考える。説明を分かりやすくするため、次のような例を考える。入力変数 x_j として企業の決算データから計算された各種の指標（これを財務指標とよぶ）をとり、ファジイ推論システムの出力 y として、企業の経営状況の判断をとる。

ファジイ推論のルールを、収集されたサンプルから学習により決めていくには、例えば企業の経営診断の場合、ファジイ推論システムの入力として倒産企業の財務指標を与えたとき、出力 y ができるだけゼロになるようにし、逆に健全企業の財務指標を入力データとした場合には、出力 y が1になるようにウェイト w_i を調整していく（このような数値 (0,1) を外的基準とよんでいる）。また、とりあえずメンバーシップ関数の形状は確定していると仮定する。このとき決めなければならないパラメータは、それぞれのルールに含まれるウェイト w_i である。

いま、 i 番目の企業のデータをファジイ推論システムに入力する。このとき、式(3)に示された方法で計算される出力を y 、一方、外的基準として与えられている出力を y_B とする ($y_B=1$ または 0)。これらの2乗誤差

$$H = (y_B - y)^2 \quad (4)$$

を最小にするようにウェイト w_i を調整していく。現在のシステムでは段数が1つであるので、直接的に微分を実行して計算をすることができる。

従って、ウェイト w_i の修正値として、次を逐次近似的に用いて調整していけばよい。

$$\Delta w_i(t) = \mu_i (y_B - y) / \sum_{i=1}^N \mu_i \quad (5)$$

2.1 メンバーシップ関数の形状の影響

これまでメンバーシップ関数の形状はあらかじめ決定されていると仮定したが、この形状の選択方法により推論システムの性能が大きく変化する[7]。実験結果については省略するが、1つの例をとってみてもメンバーシップ関数の形状を最適なものにすることに

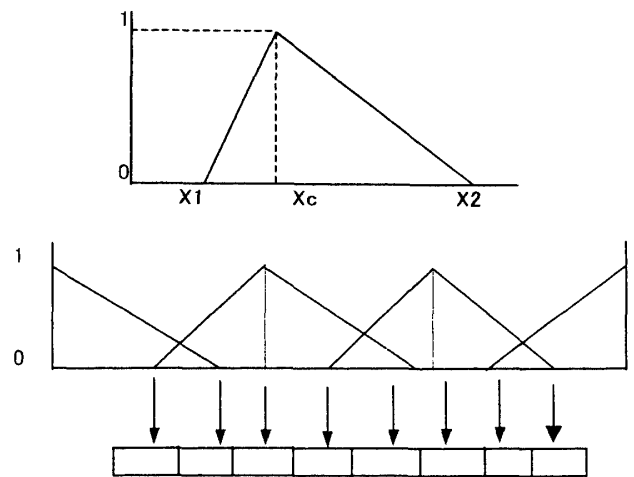


図2 メンバーシップ関数の形状と個体表現

より、約10%もの推論の正しさの向上が見られる。

いま、メンバーシップ関数を三角形とする場合を考える。GAを用いて三角形のメンバーシップ関数の形状を最適化する問題は、具体的には、三角形を凶形として特徴づける点である三角形のレンジ、最大値をとる点をどのようにとるかの問題となる。図2は1つのファジイ推論システムのすべてのメンバーシップ関数を並べて模式的に示したものである。

この図では、メンバーシップ関数の集合を、GAにおける個体（ストリング）として表現している。このストリングにおいては、メンバーシップ関数を構成する三角形の底の部分（レンジ）の座標と、値1をとる x の場所が格納される。

GAを用いてファジイ推論システムの全体を最適化する問題は、このようなファジイ推論システムを例えば50組作成して、そのメンバーシップ関数の形状を個々のストリングとして表現しておいて、これらを遺伝的操作により混合しながら、より能力の高いシステムを生成していく[7, 8]。

GAについては、前回の解説で述べたので、詳細は省略する。

3. 債券格付けへの応用

以下では、ファジイ推論を債券格付けの自動化システムに応用する。格付機関は、企業の決算や経営者の人的な資質などを総合的に判断して、優良な企業には最高ランクのAAAを与え、以下、BBBにいたるまでのランクを付ける。ここでは、企業の決算データを用いて自動的に格付けを行うシステムを仮定し、シミュレーションとしてファジイ推論を応用した場合に、どの程度まで債券格付機関の行う評価と一致するかの

検討を行う[7, 8].

これまでの議論では、学習のための外的基準 y_B とファジイ推論の出力 y について、連続的な値であるかどうかは述べていない。 y_B, y のどちらも離散化された場合を考察する。

ランクの数値化については、推論システムにおける外的基準 y_B としては AAA(0.875), AA(0.625), A(0.375), BBB(0.125), 推論システムの出力 y を判断する範囲としては AAA(0.75~1.00), AA(0.50~0.75), A(0.25~0.50), BBB(~0.25) としておく。推論システムは、これを学習データとして、入力 x_j を与えた場合に、出力 y が対応する格付け y_B にできるだけ近くなるようにする。

次に、格付けが未知である企業の財務指標 x_j を入力として、出力 y から、この格付けを推定する。

最終的に、このシステムが有効であるかどうかは、このような未知の企業についてのテストが、正しいかどうかで判断できる。実際には、これらのことは、すべて過去において観測されていると仮定すると、推論システムの予測が、実際とどれくらい一致するかにより性能が判断できる。

次の4つの企業グループを仮定し、これら全体をサンプルとする。(1)電子機器 39社、(2)機械工業 30社、(3)業種を限定しない 31社、(4)以上を合計した 100社。

観測年度については、1995年度の格付けデータ、企業決算データを用いる。財務指標の分布を求め、分布の形状が著しく不均一である財務指標は、入力変数から除外した。その結果、19個の財務指標から9個の財務指標のみが入力変数として用いられている。

ただし、これらの財務指標をそのまま入力変数とすると、変数が多くなりルール数が処理できない程度に増大するので、以下では主成分分析をほどこして、入力変数を3つの主成分に集約して入力としている。一般に、財務指標のデータを主成分分析すると、第3主成分までで累積寄与率が70%に達することが知られており、この範囲まで考慮すれば、情報としては反映されることが分かっている。

財務指標は、統一的に取り扱えるように0から1に正規化して用いている。

以下では、ファジイ推論を用いて債券の格付けを行った場合に、格付け機関の与える外的基準との一致度(判別結果)を求め、推論システムの性能を予測する。判別結果は、ファジイ推論を構成する場合に、学習用のデータ(個数を N_1 とする)と推論(判別)用のデ

表1 ケース1の推論の判別率(%)

業種	学習 (N_1)	推論 (N_2)	認識率
1	20	19	75%
2	20	10	70%
3	20	11	65%
4	70	30	69%

表2 ケース2の推論の判別率(%)

業種	学習 (N_1)	推論 (N_2)	認識率
1	20	39	81%
2	20	30	78%
3	20	31	74%
4	70	100	79%

ータ(個数を N_2 とする)とを排他的にするかどうかで2つのケースを考える。

(ケース1) 学習と推論のサンプルが異なる場合

(ケース2) 学習と推論のサンプルが重複する場合

表1, 2には、メンバーシップ関数の数を5とした場合の結果を示す。ケース2ではケース1より平均して5%程度、認識率が高い。

4. 多段ファジイ推論

メンバーシップ関数の個数が増加するほど、ファジイ推論の結果が向上することは一般的に予測できる。しかし、推論のルール数 N_R と入力変数の数 m 、メンバーシップ関数の個数 n の関係は $N_R = n^m$ となり大きな m では極端に増加する。

以下では、推論システムへの入力を段階的に加えることにより、ルールの総数を大幅に削減する多段ファジイ推論システムを提案する[1, 2, 8]。1段ファジイ推論システムの出力を、次の1段ファジイ推論システムの入力の一部として用いることを繰り返す操作である。もちろん、このように出力を継続的に入力として用いることによる性能低下が問題であるが、多段ファジイ推論の段数を増やすことにより解決できるなら、ルールの数が少なくできるだけ構成は簡単になる。

多段ファジイ推論のルールは次のような if-then ルールにより定義される[2, 5, 8]。スペースの関係で第 i 段 ($i=1, 2, \dots, N$) のルールだけを示す。

$$\begin{aligned} \text{if } x_1 \text{ is } A_1^k \text{ and } \dots \text{ and } x_M \text{ is } A_M^k \\ \text{then } y_i \text{ is } w_i^k \end{aligned} \quad (6)$$

ここで、 $k=1, 2, \dots, n_i$ 、であり、 n_i は第 i 段のルール総数である。

上の定義の中で、 x_j ($j=1\sim M$) は入力変数であり、 x_j のうち一部のみが入力変数として用いられると仮定しておく（入力変数の削減）。 A_i^k はファジイ集合であり、入力変数ごとに設定される。 w_i^k は推論ルールにおけるウェイトであり、それぞれのルールに1つずつ設定されている。 y_i は推論の中間変数であり、それぞれの段における推論を、次の段の入力として用いるための変数である。すなわち、ある段の推論の結果は、次の段の入力変数の値として反映される。それぞれの段における出力は、次の非ファジイ化の方法を用いて計算される。すなわち、 i 段推論ルール集合の k 番目ルールの適合度を用いて出力は次のように計算される。

$$\mu_i^k = \prod_{j=1}^{M^*} \mu A_{ij}^k(x_j) \quad (7)$$

$$y_i = \frac{\sum_{k=1}^{N_i} \mu_i^k w_i^k}{\sum_{k=1}^{N_i} \mu_i^k} \quad (8)$$

ここで、 μA_{ij}^k はファジイ集合 A_{ij}^k のメンバーシップ関数、 μ_i^k はルールの適合度であり、適合度をウェイト w_i^k で荷重平均したものが、ルール集合 (i 段目) の出力となる。

上記の式において、入力信号が前段の出力 y_{i-1} である場合には、適合度の計算における $\mu A_{ij}^k(x_j)$ の代わりに、 $\mu B_{ij}^k(y_{i-1})$ を用いる（出力に対するメンバーシップ関数である）。ここで、 M^* は第 i 段の入力端子の個数であり、前段からの出力を入力として用いるので、 M^* の最大値は $M+1$ である。ただし、多くの場合には多段ファジイの入力変数をできるだけ少なくするので、 $M+1$ より十分小さいものとなる。

【学習の方法】

ファジイ推論において、メンバーシップ関数の形状や個数が推論結果に影響を及ぼすが、これは後で検討することにして、ここでは、メンバーシップ関数の形状や個数は決定されていると仮定する。この場合、ファジイルールにおいて決めなければならないパラメータは、ウェイト w_i^k だけとなる。出力変数の計算手順をニューラルネットワークの出力の計算と比較すると、ニューラルネットワークにおける結合係数に対応している。従って、多段ファジイ推論において、学習によってウェイトを最適化する方法として、ニューラルネットワークにおける逆伝播法がそのまま利用できる。

ニューラルネットワークにおける結合係数の最適化において、1つ前のステップでの調整分を現在のステップで用いる。これを考慮してウェイト w_i^k (i は段

数、 k はルール番号) の最適化アルゴリズムを求めることができる [1, 2, 8]。

$$\Delta w_{i-2}^k(t) = -\alpha \delta_{i-1} \frac{\mu_{i-2}^k}{\sum_k \mu_{i-2}^k} + \eta \delta w_{i-2}^k(t-1)$$

$$\delta_{i-1} = \sum_k \delta_i \frac{\sum_k w_i^k - \sum_k w_i^k \mu_i^k}{(\sum_k \mu_i^k)^2} \quad (9)$$

$$\frac{\partial \sum_{j=1}^{M^*} \mu A_{ij}^k(q_j^j)}{\partial q_i^k} \quad (10)$$

ここで、 t はウェイト計算の繰り返し回数である。

【GA によるメンバーシップ関数形状最適化】

1 段ファジイシステムの場合におけるメンバーシップ関数の形状の最適化と同様に、メンバーシップ関数は入力変数 x を横軸にとった場合に、両端を含めて複数個存在すると仮定し、特に両端に位置するメンバーシップ関数は、 x がゼロのところと、 x が大きなところでは、値 1 をとると仮定する。メンバーシップ関数の集合を、GA における個体として表現したストリングにおいては、メンバーシップ関数を構成する三角形の底の部分 (レンジ) の座標と、値 1 をとる x の場所が格納される。

多段ファジイ推論システムの性能の詳細は省略するが前の節で用いた債券の格付けデータを、そのまま用い、メンバーシップ関数の数を 5 とした場合には、1 段ファジイ推論の結果は多段推論の結果と大きな差異はない。

5. 株価予測への応用

ここでは、遺伝的アルゴリズムを基礎とした多段ファジイ推論システムにおいて、株価のウェーブレット変換を入力として用いることにより株価の予測を行う [1]。この方法は株価予測手法の中ではテクニカル分析とよばれている。これはいわば株価変動を経験的に把握する方法である。

入力としての直接的な株価データそのものを用いると、人間の専門家により解釈されると考えられる短期的な特徴を取り入れていない危険性がある。これを解決する一つの選択肢はスペクトルや過渡的な波のような短期的な特徴を用いることである。

ここでは、この手法を日本の証券市場の株価の自動的な予測システムに用いている。時系列 $x(t)$ のウェーブレット変換は次のように定義される [9]。

$$x(t) = \sum_n \sum_m x_n^m \phi_n^m(t) \quad (11)$$

$$x_n^m = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \phi_n^m(t) dt \quad (12)$$

$$\phi_n^m(t) = 2^{m/2} \phi(2^m t - n) \quad (13)$$

ここで、整数 m と n はスケールとシフトの指数である。簡単のために用いる時系列 $x(t)$ のサンプリング間隔を 1 であると仮定する。多段ファジィ推論システムの各段への入力変数は、次のように与えられる。

第 1 段： x_n^0, x_n^1 を用いる

第 2 段： x_n^2, x_n^3, x_n^4 を用いる

第 3 段： x_n^5, x_n^6 を用いる

シミュレーション実験の課題は、時刻 t における T 時間後の株価 $S(t+T)$ の正確な予測の割合を評価することである。次の点は、ファジィ推論システムを評価するうえで考えなければならない点である。

- (1) 上昇/下降の定義
- (2) 現在時刻と、どのくらい離れているのか
- (3) 出力の離散化

最初の問題については、株価の上昇の場合において、しきい値 $U(T)$ を用い、株価の下降の場合において、しきい値 $D(T)$ を用いる。例えば、もし推論システムが $S(t+T) - S(t) > U(T)$ であると推定するならば、システムは株価の上昇を予測する（もし $S(t+T) - S(t) < D(T)$ と推定するならば下降を予測）。

第 2 番目の問題に関連して、推論を評価するためにいくつかの T の値を選ぶ。しきい値と T の間のいくつかの結合をとるとき、 T の値における推論の一種の依存性を発見することができる。

第 3 の問題については、推論の過程において、もし推論システムの入力 y がそれぞれ $0.5 < y \leq 1$ そして $0 \leq y \leq 0.5$ であるならば、将来の株価が上昇/下降となると予測される。これにともない上昇、下降の外的基準を、 $y_B = 1, 0$ とする。

【シミュレーション実験の結果】

実際の応用において、学習用のデータセットおよびテスト用のデータセットはデータベースから別々に選択される。しかし、シミュレーション実験において学習用のデータがまたテスト用にも用いられるケースもまた推論の結果として示している。次の 2 つのケースを考える。

(テスト A) 学習用データがまたテスト用にも含まれる

(テスト B) データが学習用そしてテスト用に別々に選択される

株価の選択は次のようにする。

表 3 2 値予測, テスト A (%) ($M_B=5$)

T	$U = 20, D = 10$	$U = 15, D = 15$	$U = 20, D = 20$
20	76	75	75
30	74	73	71
50	76	72	73

表 4 2 値予測, テスト B (%) ($M_B=5$)

T	$U = 20, D = 10$	$U = 15, D = 15$	$U = 20, D = 20$
20	67	67	68
30	65	69	71
50	67	71	70

株の数：100

株の種類：電化製品、機械、貿易会社等

標準化された株価： $0 < x(t) < 150$

学習用、テスト用のデータセットは CD-ROM に記録された 1983 年から 1992 年までの公表データを用い編成される。

表 3 と表 4 に、2 値予測の株価の U, D そして T の代表的な組合せをした場合に正しく予測したものの詳細なデータを示す。予測は平均して 70% (テスト A) そして 68% (テスト B) の割合で正確な予測を行っている。

6. カオス時系列予測への応用

従来より、ARMA モデルなど確率過程のモデルが多く用いられている。これに対して、カオス時系列とは、決定論的なモデルにより時系列が生成されるとするものである。決定論的とは、時刻 t の値 $x(t)$ が確率的な項目を含まないで、 $x(t-1), x(t-2)$ などを用いて決定できることを指している。

以下では多段ファジィ推論を用いたカオス時系列予測と、その応用について述べる [2]。カオスは決定論的にシステムが記述されるので、ファジィ推論で関数近似、予測を行う問題として取り扱える。応用として、次に示すレスラー方程式で生成される時系列の予測をとりあげる。

$$dx/dt = -y - z \quad (14)$$

$$dy/dt = x + ay \quad (15)$$

$$dz/dt = \beta - \gamma z + xz \quad (16)$$

すなわち、現在の時刻を t とした場合に、現在、およびこれ以前の値である $x(t), x(t-1), x(t-2), \dots, x(t-n)$ の値を入力として与え、ファジィ推論システムの出力ができるだけ $x(t+1)$ に近くなるように学習する。このうち、テストデータを用いて、ファジィ推論システムの予測能力を検証する。

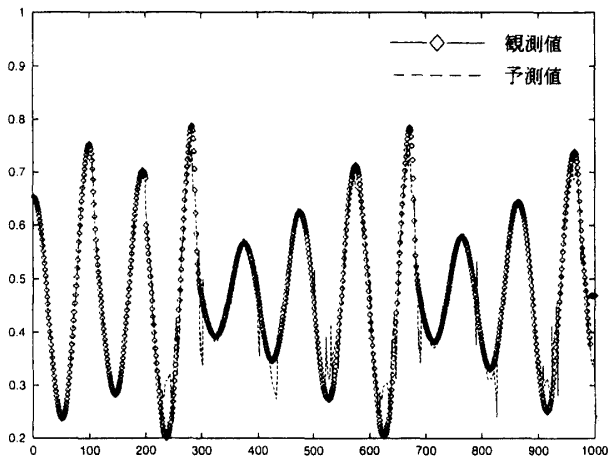


図3 予測結果 (ケース1)

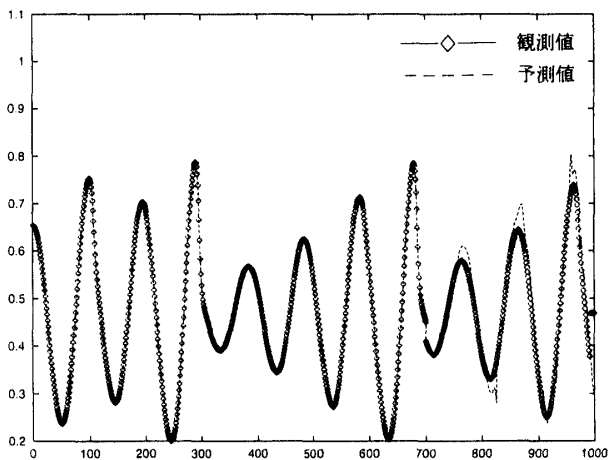


図4 予測結果 (ケース2)

以下では、多段ファジイを適用した結果をまとめる。時系列のサンプル数を1000とし、ルンゲクッタ法などを用いて方程式から得られる時系列を計算しておく。この時系列に対して、次の2つの学習条件を与える。

(ケース1) 最初の700個を用いて学習、残りを予測

(ケース2) 最初の200個を用いて学習、残りを予測

3段のファジイ推論システムを仮定し、現在の時刻を t としたとき多段ファジイ推論システムへの入力を次のようにさだめ、出力により $x(t+1)$ を予測する問題を考える。第1段： $x(t-6), x(t-5), x(t-4)$ 、第2段： $x(t-3), x(t-2)$ 、第3段： $x(t-1), x(t)$

図3, 4には、それぞれ、ケース1, 2の場合の予測

の状況を示している。これより分るように、ケース1では良好な結果を与えている。ケース2でも満足できる結果である。

参考文献

- [1] Y. Kishikawa and S. Tokinaga: "The design of multi-stage fuzzy inference systems with smaller number of rules based upon the optimization of rules by using the GA", Trans. IEICE vol. EA-83, no. 2, pp. 357-366 (2000).
- [2] Y. Kishikawa and S. Tokinaga: "Approximation of multi-dimensional chaotic dynamics by using the multi-stage fuzzy inference systems and the GA", Trans. IEICE vol. EA-84, no. 9, pp. 2128-2137 (2001).
- [3] E. H. Mamdani: "Applications of fuzzy algorithm for control of simple dynamic plant", Proc IEE, vol. 121, no. 12, pp. 1585-1588 (1974).
- [4] S. Murakami and M. Maeda: "Automobile speed control system using a fuzzy logic controller", in Industrial Applications of Fuzzy Control, ed. M. Sugeno, pp. 105-123, Elsevier Science Publishers (1985).
- [5] G. V. S. Raju and J. Zhou: "Adaptive hierarchical fuzzy controller", IEEE Transaction on Systems, Man, and Cybernetics, vol. 23, no. 4 (July/August, 1993).
- [6] T. Takagi and M. Sugeno: "Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control", IEEE Trans., Syst., Man & Cybern., SMC-15, no. 1, pp. 116-132 (1985).
- [7] K. Tan and S. Tokinaga: "Optimization of fuzzy inference rules by using the Genetic Algorithm and its application to the bond rating", JORSJ, vol. 42, no. 3, pp. 302-315 (1999).
- [8] K. Tan and S. Tokinaga: "The design of multi-stage fuzzy inference systems with smaller number of rules based upon the optimization of rules by using the GA", Trans. IEICE, vol. E 82-A, no. 9, pp. 1865-1873 (1999).
- [9] 時永祥三:『複雑系による経済モデル分析』,九州大学出版会 (2000).
- [10] L. A. Zadeh: "Fuzzy sets", Information and Control, 8, pp. 338-353 (1996).