

AHPの世界

第2回 AHPからANPへ

木下 栄蔵

1. AHPとその発展経緯

本稿で紹介するAHP (Analytic Hierarchy Process: 階層分析法)[1]は、米国ピッツバーグ大学のSaaty教授により提唱された手法で、問題の分析において、主観的判断とシステムアプローチをうまくミックスした問題解決型(提案型)意思決定手法の一つである。

すなわち、AHPは、これまでの意思決定手法では対処しきれなかった問題の解決を図って開発されたものである。したがって、AHPを使って問題を解決するには、まず問題の要素を

総合目的 …… 評価基準 …… 代替案

の関係でとらえて、階層構造を作り上げる。そして、総合目的からみて評価基準の重要さを求め、次に各評価基準からみて各代替案の重要度を評価し、最後に、これらを総合目的からみた代替案の評価に換算する。AHPは、この評価の課程で、今までの経験や勘を生かして、これまではモデル化したり定量化したりするのが難しかったことも扱えるようにしているのが特徴である。

そこでAHPが他のモデルと異なる特徴を整理すると次の4点になる。

- ① 人間の持っている主観や勘が反映されるモデルが作られていること。
- ② 多くの目的を同時に考慮できるようなモデルであること。
- ③ あいまいな環境を明確に説明できるようなモデルであること。
- ④ 意思決定者が、容易にこのモデルを使えること。

ところで、以上のような良さを持つAHPを提唱したSaatyは1969年にペンシルバニア大学教授となり、数年後AHPを発見する。1979年にピッツバーグ大

学教授となり、AHPの普及に努める。さらに、近年AHPの発展モデルであるANP (Analytic Network Process)[2]を発見し、その啓蒙に努めている。

ところで、SaatyのオリジナルAHPは相対評価法(Relative Measurement Approach)と呼ばれるものであるが、代替案の数が多くなると対応しきれないなどの欠点を有する。そこでSaatyはこのような欠点を克服するために絶対評価法(Absolute Measurement Approach)を提案した(木下はこのアプローチの一つの計算法を具体化した)[3]。すなわち、AHPには、相対評価法と絶対評価法の二つの手法がある。相対評価法は、評価基準のそれぞれに対する代替案間の一対比較の結果をもとに総合評価を行うものである。絶対評価法は、評価基準のそれぞれに対する各代替案の絶対評価をもとに総合評価を行うものである。前者は代替案間の直接的な比較が有効な場合に適用され、後者は評価尺度を媒介しての代替案間の間接的な比較が有効な場合に適用される。どちらの評価法も評価基準の重みが代替案の評価と独立に与えられる点では同じである。Saatyが提案したこの二つのアプローチを木下・中西は、従来型AHPと名づけた。

従来型AHPにおいては、各評価基準案間、各代替案間、あるいは評価基準と代替案の間は独立であると仮定している。しかし実際には独立ではなく従属している場合がある。そこでSaatyは各評価基準間あるいは各代替案間に従属性がある場合に対して、Inner Dependence法(内部従属法)[4]を提案した。この方法は各評価基準あるいは各代替案の従属関係を別途一対比較により測定し、当該の従属関係を定量的に内包したモデルである。Saatyは、また、評価基準と代替案の間に従属性がある場合に対して、Outer Dependence法(外部従属法)を提案した。この考え方の特徴は、各評価基準の重みが、総合目的より一意的に決定されるのではなく、代替案ごとに決定され、それらが異なってもよい点にある。このように異なるレベル間に従属性があるとき、それらの関係を同時に表現す

きのした えいぞう
名城大学 都市情報学部
〒509-0261 可児市虹ヶ丘4-3-3

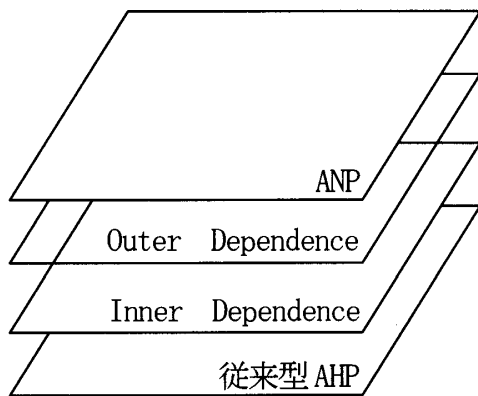


図1 従来型 AHP 手法の階層的な発展経緯

る Supermatrix (Saaty 提案) を用いて分析する。この結果、各評価基準の重みと各代替案の評価値が一定値に収束することが示されている。また、このような考え方は、一般の Network 上でも適用可能であることが示され、Saaty は、ANP (Analytic Network Process) [2] と名づけた (図 1)。

一方、木下・中西は、Saaty とは異なる視点で、支配型 AHP [5] を提案した。支配型 AHP は、そもそも各評価基準の重要度、ならびに各代替案の評価が、特定の具体的な代替案を基準にイメージして初めて決定できるという考え方によって立つものである。従来型 AHP は、そのような代替案間の差別的関係をまったく根拠としていない。しかし AHP は、もともと合理的な意思決定を水路づける思考オペレーション法として考案されたものである。合理的な意思決定を行うための道筋の恣意的な選択が最初に行われなければならない。支配型 AHP は、AHP が内在的に課題としていた道筋選択の恣意性の問題に関する、従来型 AHP とは別の一つの解である。

これらは、従来型 AHP と同様の発展型 [5] を考えることができ、従来型の相対評価法、絶対評価法に対応するものとして、それぞれ、支配代替案法、支配評価水準法と名づけている [5]。

ところで本稿では、以下に図 1 に示した従来型 AHP の発展経緯に沿って解説する。なお、AHP・ANP の数学的側面は文献 [5, 6] を参照願いたい。

2. 日本の経済政策次の一手

3 章 (相対評価法と絶対評価法)、4 章 (内部従属法と外部従属法)、5 章 (ANP) の例題として「日本の経済政策次の一手」を取り上げることとする。すなわち、今、我々が直面している平成大不況 (実体は平成

大恐慌であるが) は何が原因であるのか? この原因を AHP を用いて 3 章以降分析することにする。

ところで世間で言われているように「構造改革が進んでいないから今大不況なのであろうか?」もしそうなら、それは、供給側に問題があるのである。規制緩和が進んでいなくて需要に供給がついていない、すなわち、モノ不足なのである。このときは、確実にインフレになる。すなわち、そのときはセイの法則「モノを作ればすべて売れる」が成立し、貯金はすべて投資に回されるはずである。しかし、現実には、インフレにならなくてデフレになり、しかも貯金は投資に回っていない。このことは、何をいつているのかということ。「平成大不況の原因は構造改革が進んでいないからではなくて、需要側に問題があるのである」。それは、前回にも述べたとおり、消費者も企業も借金返済に追われ、正常な消費行動 (消費者は自らの効用を最大にするように消費行動をする) や正常な企業行動 (企業は自社の利益を最大にするように企業行動をする) を行えない状況にあるからである。そのために、消費者は消費を手控え、企業は設備投資を手控えているのである。これらの行動が続く限り、デフレスパイラルは無限地獄におちいることになる。そうならないためには、「政府が消費する」すなわち「財政出動」するしかないのである (前回にも述べたが)。

ただし、消費者も企業も正常な行動に戻れば、財政出動は悪であり、構造改革が善になることは言うまでもない。

そこで、本稿 (AHP・ANP 解説) ではそのための総合目的として「日本の経済政策次の一手」をとりあげ、評価基準として次の二つを考えることにする。

評価基準 C₁ 需要側の問題

この場合経済学で言われる「需要が供給を作る」世界となり貯金が投資に回らなくなる。

評価基準 C₂ 供給側の問題

この場合経済学で言われる「供給が需要を作る」世界となり、貯金が投資に回るようになる。

また、代替案としては次の三つを考えることにする。

代替案 A₁ 財政出動

すなわち、政府が消費行動を行い、需給ギャップを埋める。

代替案 A₂ 中立政策

すなわち、代替案 A₁ を代替案 A₃ の中間政策である。

代替案 A₃ 構造改革

すなわち、規制緩和等の構造改革を進め、供給サイド

の問題点を解決する。

以上、二つの評価基準 (C₁, C₂)、三つの代替案 (A₁, A₂, A₃) の下で、AHP の発展経緯を次章以降で解説することにする。

3. 相対評価法を絶対評価法

「日本の経済政策次の一手」における例 (図2参照) により従来型 AHP の相対評価法と絶対評価法を解説する。

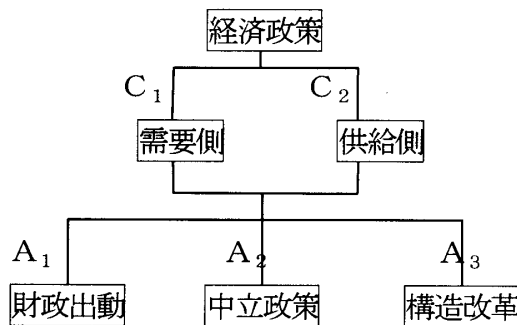


図2 階層構造

表1 評価基準間の一対比較

	C ₁	C ₂	重み
C ₁	1	5	0.833
C ₂	1/5	1	0.167

C. I. = 0

表2 各評価基準からみた代替案間の一対比較

(1)

C ₁	A ₁	A ₂	A ₃	重み
A ₁	1	3	7	0.649
A ₂	1/3	1	5	0.279
A ₃	1/7	1/5	1	0.072

C. I. = 0.032

(2)

C ₂	A ₁	A ₂	A ₃	重み
A ₁	1	1/3	1/7	0.088
A ₂	3	1	1/3	0.243
A ₃	7	3	1	0.669

C. I. = 0.003

3.1 相対評価法

①ステップ1

問題を図2に示すような階層構造に分解する。

②ステップ2

評価基準 (C₁, C₂) 間と各評価基準からみた各代替案間の一対比較を行う (表1, 2参照)。ただし、一対比較に使用する数は、1 (同じ位重要)、3 (すこし重要)、5 (かなり重要)、7 (非常に重要)、9 (極めて重要) とする。また、2, 4, 6, 8 は中間のときに用い、重要でないときは逆数を用いる。例えば、表1の1行2列の「5」はC₂ (供給側) に比べてC₁ (需要側) は「かなり重要である」という意味である。また、表2(1)の2行3列の「5」は需要側からみればA₃ (構造改革) に比べてA₂ (中立政策) はかなり重要であるという意味であり、表2(2)の3行1列の「7」は、供給側からみればA₁ (財政出動) に比べてA₃ (構造改革) は非常に重要であるという意味である。

以上のようにして得られた各レベルの一対比較行列 (既知) から、各レベルの要素間の重み (未知) を計算する。これには各一対比較行列の主固有ベクトルの値を使う (詳しくは文献[5, 7]を参照)。本例での計算結果は、表1, 2の各行列の右端に示したとおりである。

なお、これらの一対比較行列は逆数行列であるが、意思決定者の答える一対比較において首尾一貫性のある答えを期待するのは不可能である。そこで、このあいまいさの尺度として整合度指数 (C. I.) を定義する。これには一対比較行列の最大固有値を使う (詳しくは文献[5, 7]を参照)。本例での計算結果は、表1, 2の各行列の下端に示したとおりである。ただし Saaty は、C. I. 値が0.1 (場合によっては0.15) 以下であれば合格とすることを経験則により提案している。

③ステップ3

各レベルの要素間の重み付けが計算されると、この結果を用いて階層全体の重み付け (X) を行う。これにより、総合目的に対する各代替案の優先順位が決定される。本例の場合は、

$$X = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{需要側} & \text{供給側} \end{matrix} \\ \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.649 & 0.088 \\ 0.279 & 0.243 \\ 0.072 & 0.669 \end{bmatrix} \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.833 \\ 0.167 \end{bmatrix} = \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.548 \\ 0.231 \\ 0.221 \end{bmatrix}$$

となる。したがって、表1, 2のような一対比較行列の状況にある日本経済の次の一手は財政出動 (A₁) しかないことがわかる。ただし、優先順位は財政出動

表3 評価水準

需要側	供給側
重要	重要
普通	普通
重要でない	重要でない

表4 評価水準間の一対比較

	重要	普通	重要 でない	重み	重み
重要	1	3	5	0.627	1
普通	1/3	1	4	0.279	0.445
重要 でない	1/5	1/4	1	0.094	0.150

C. I.=0.043

>中立政策 (A₂)>構造改革 (A₃) の順である。

3.2 絶対評価法

AHPの相対評価法では各評価基準に関する各代替案の評価は、各代替案間の一対比較で行った。ところがこの方法では、以下に示す問題点がある。

- ① 代替案が追加されたときは、もう一度ペア比較をやり直さなければならない。
- ② 代替案が追加されたときは、代替案の順位が逆転する場合がある。
- ③ 代替案の数が多くなると、一対比較の数が極めて多くなり一人の観測者では一度に一対比較するのは困難になる。しかも整合性が悪くなるということが認められている。

そこで、このような不都合を解消するために絶対評価法が提案された。この方法は、各評価基準に対する各代替案の評価を一対比較ではなく絶対評価で行うのである。そこで、本例を通じて絶対評価法を解説する。図2の階層構造と表1の評価基準間の一対比較は同じとする。しかし、絶対評価法では、各評価基準に関して評価水準を設定する(表3参照)。ただし、個々の評価基準によって評価水準が異なってもよい。次に、評価基準ごとに評価水準間の一対比較を行う(表4参照)。例えば、表4の1行3列の「5」は「重要でない」に比べて「重要」は「かなり重要である」という意味である(ただし、この数字の意味は、従来のAHPと同じ定義である)。この場合、需要側と供給側に関する評価水準間の一対比較は同じ行列(表4)としたが異なってもよい。そして、この行列の主固有ベクトル(重み)を求め最大値を1に変換する。

表5 代替案の評価

	需要側	供給側
A ₁	重要(1)	重要でない (0.150)
A ₂	普通(0.445)	普通(0.445)
A ₃	重要でない (0.150)	重要(1)

次に、各代替案の評価を二つの評価基準ごとに表3に示した評価水準に従って行う。その結果を評価値とともに示すと表5のようになる。したがって、総合評価値(X)は、

$$X = \begin{matrix} \text{需要側} & \text{供給側} \\ A_1 \begin{bmatrix} 1 & 0.15 \\ 0.445 & 0.445 \\ 0.150 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0.833 \\ 0.167 \end{bmatrix} \\ A_2 & \begin{bmatrix} 0.858 \\ 0.445 \\ 0.292 \end{bmatrix} \\ A_3 & \end{matrix}$$

となり、総合評価値を正規化すると、財政出動・A₁(0.538) > 中立政策・A₂(0.279) > 構造改革・A₃(0.183)の優先順位となる。

4. 内部従属法と外部従属法

3章で解説したAHPは、分析する際に独立条件(同一レベルにある評価基準間あるいは代替案間の独立・各レベル間の独立)を仮定している。ところが、これらの仮定がくずれる場合は次に示すような手法で対応しなければならない。

- ① 同一レベルにある評価基準間(あるいは代替案間)において従属性がある場合
 - ② 各レベル間において従属性がある場合
- そこで、本章では①内部従属法と②外部従属法を解説する。

4.1 内部従属法

各評価基準間が互いに従属している場合の内部従属法を取り扱う。そこで、本例における二つの評価基準間の従属関係を図3に示す。

例えば、需要側は需要側だけでなく、供給側からも影響を受けていることがわかる。そして、これらの影響力の強さを一対比較した結果は、表6に示すとおりである。これら二つの一対比較行列の固有ベクトル(重み)を求め、二つの評価基準間の従属関係を整理すると表7のようになる。以上の結果、従属マトリックスと独立であると仮定したときの各評価基準の重みから、真の各評価基準の重みを次式から求めることが

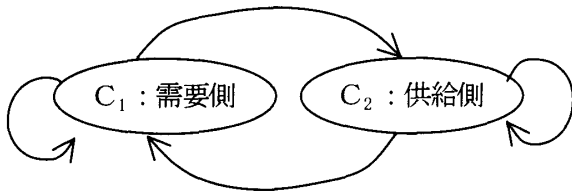


図3 従属関係図

表6 従属関係の一対比較

(1)

C ₁	C ₁	C ₂	重み
C ₁	1	9	0.9
C ₂	1/9	1	0.1

(2)

C ₂	C ₁	C ₂	重み
C ₁	1	1/2	0.333
C ₂	2	1	0.667

表7 従属マトリックス

	C ₁	C ₂
C ₁	0.9	0.333
C ₂	0.1	0.667

できる。

需要側 供給側

$$\begin{matrix} \text{需要側} \\ \text{供給側} \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.9 & 0.333 \\ 0.1 & 0.667 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.833 \\ 0.167 \end{bmatrix} = \begin{matrix} \text{需要側} \\ \text{供給側} \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.805 \\ 0.195 \end{bmatrix}$$

したがって、各代替案を相対評価法で評価した結果 (3.1節参照) を用いると、総合評価値 (X) は、

需要側 供給側

$$X = \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.649 & 0.088 \\ 0.279 & 0.243 \\ 0.072 & 0.669 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.805 \\ 0.195 \end{bmatrix} = \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.540 \\ 0.272 \\ 0.188 \end{bmatrix}$$

となり、財政出動・A₁(0.540) > 中立政策・A₂(0.272) > 構造改革・A₃(0.188) の優先順位となる。

4.2 外部従属法

各レベル間において従属している場合、すなわち外部従属法を取り扱う。この手法の特徴は、各評価基準の重みが、総合目的より一意的に決定されるのではなく、各代替案ごとに決定され、それらが異なってもよい点にある。

表8 代替案 A₂, A₃ に関する重み

(1)

A ₂	C ₁	C ₂	重み
C ₁	1	1	0.5
C ₂	1	1	0.5

(2)

A ₃	C ₁	C ₂	重み
C ₁	1	1/2	0.333
C ₂	2	1	0.667

さて、本例における二つの評価基準の重み (3.1節②で求めた値) は代替案 A₁ に関する評価基準の重みであり、代替案 A₂, A₃ に関する重みは、表8(1), (2) に示すような結果であることがわかった。

ところで、外部従属法による計算には Supermatrix という特殊な行列を使う。この行列は、各評価基準の重みと各代替案の評価値 (重み) の関係を、一つの行列に表現するものであり、各代替案を相対評価法で評価した結果 (3.1節参照) を用いると、

$$\begin{matrix} C_1 & C_2 & A_1 & A_2 & A_3 \\ C_1 \\ C_2 \\ A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.833 & 0.5 & 0.333 \\ 0 & 0 & 0.167 & 0.5 & 0.667 \\ 0.649 & 0.008 & 0 & 0 & 0 \\ 0.279 & 0.243 & 0 & 0 & 0 \\ 0.072 & 0.669 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

となる。そして、上式はマルコフ性 (再帰性) があり、この推移確率行列 (行列のたての要素を合計すると 1.0 になる) の無限大乘は次のような極限確率行列 (各列の値が等しくなる) に収束することが示されている。

$$\begin{matrix} C_1 & C_2 & A_1 & A_2 & A_3 \\ C_1 \\ C_2 \\ A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.585 & 0.585 & 0.585 \\ 0 & 0 & 0.415 & 0.415 & 0.415 \\ 0.416 & 0.416 & 0 & 0 & 0 \\ 0.264 & 0.264 & 0 & 0 & 0 \\ 0.319 & 0.319 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

この結果、外部従属法による総合評価は、財政出動・A₁(0.416) > 構造改革・A₃(0.319) > 中立政策 A₂(0.264) の選好順序になり、従来の AHP の考え方に基づく計算結果と異なることがわかる。ところで、外

部従属法による各評価基準の重みは、C₁ 需要側 (0.585), C₂ 供給側 (0.415) に収束する。

5. ANP

4.2 節で紹介した外部従属法をネットワークに拡張したモデルが ANP (Analytic Network Process) と呼ばれる。ANP には大きく分けてフィードバック型とシリーズ型があるが、本章ではフィードバック型 ANP について解説する。

①第1ステップ

日本の経済政策次の一手に関する階層構造を図4に示す。レベル1に二つのシナリオを、レベル2に二つの評価基準を、レベル3に三つの代替案をそれぞれ置き、レベル1にフィードバックさせる。

②第2ステップ

次に、各レベルの重みを求める。まず、各代替案からみた二つのシナリオの一对比較値とその重みは表9に示すとおりである。

次にシナリオ S₁, S₂ からみた各評価基準の一对比較値と重みは表10に示すとおりである。

さらに、各評価基準からみた各代替案の一对比較値と重みは表2 (3.1 節参照) に示すとおりである。

③第3ステップ

以上の結果、本例における Supermatrix は次のようになる。

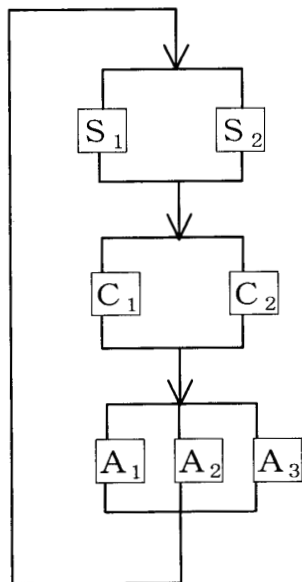


図4 階層構造

	S ₁	S ₂	C ₁	C ₂	A ₁	A ₂	A ₃
S ₁	0	0	0	0	0.75	0.5	0.25
S ₂	0	0	0	0	0.25	0.5	0.75
C ₁	0.833	0.333	0	0	0	0	0
C ₂	0.167	0.667	0	0	0	0	0
A ₁	0	0	0.649	0.243	0	0	0
A ₂	0	0	0.279	0.088	0	0	0
A ₃	0	0	0.072	0.669	0	0	0

そして、上式の推移確率行列の無限大乗は次のような極限確率行列に収束する。

表9 二つのシナリオの一对比較
財政出動

A ₁	S ₁	S ₂	重み
S ₁	1	3	0.75
S ₂	1/3	1	0.25

中立政策

A ₂	S ₁	S ₂	重み
S ₁	1	1	0.5
S ₂	1	1	0.5

構造改革

A ₃	S ₁	S ₂	重み
S ₁	1	1/3	0.25
S ₂	3	1	0.75

表10 各シナリオからみた評価基準間の一对比較
需要側のシナリオ

S ₁	C ₁	C ₂	重み
C ₁	1	3	0.75
C ₂	1/3	1	0.25

供給側のシナリオ

S ₂	C ₁	C ₂	重み
C ₁	1	1/2	0.333
C ₂	2	1	0.667

	S ₁	S ₂	C ₁	C ₂	A ₁	A ₂	A ₃
S ₁	0	0	0	0	0.545	0.545	0.545
S ₂	0	0	0	0	0.445	0.445	0.455
C ₁	0.606	0.606	0	0	0	0	0
C ₂	0.394	0.394	0	0	0	0	0
A ₁	0	0	0.489	0.489	0	0	0
A ₂	0	0	0.204	0.204	0	0	0
A ₃	0	0	0.307	0.307	0	0	0

この結果、ANPによる総合評価は、財政出動・A₁(0.489) > 構造改革・A₃(0.307) > 中立政策・A₂(0.204)の優先順位となる。ちなみに、各評価基準の重みは、需要側・C₁(0.606)、供給側・C₂(0.394)に、各シナリオの重みはS₁(0.545)、S₂(0.455)に収束する。

最後に、この論文は親愛なる我が親友リチャード・クー氏（野村総合研究所、世界でナンバーワンのエコノミストとして国際的に有名）に捧げるものである。

参考文献

- [1] Saaty, "The Analytic Hierarchy Process", McGraw-Hill, 1980.
- [2] Saaty, "The Analytic Network Process", Expert Choice, 1996.
- [3] 木下栄蔵, 「拡張 AHP 手法を利用したリニューアルのコストベネフィット手法」, オペレーションズ・リサーチ学会誌, Vol. 40, No. 8, pp. 67-75, 1995.
- [4] Saaty, "Inner and Outer Dependence in AHP", University of Pittsburgh, 1991.
- [5] 木下栄蔵・編著, 「AHP の理論と実際」, 日科技連出版社, 2000.
- [6] 関谷和之, 「AHP, ANP の固有ベクトル法における数理構造」, オペレーションズ・リサーチ学会誌, Vol. 48, No. 4, pp. 294-299, 2003.
- [7] 木下栄蔵, 「入門 AHP」, 日科技連出版社, 2000.