AGV 割当て問題に対する待ち行列モデル

山下　英明

生産システムの搬送手段の中で，柔軟性の高いものに AGV（Automated Guided Vehicle；自動搬送車）がある．AGV はコンベヤなどと比べ柔軟性は高いが搬送量が少ないので，搬送要求が発生してから搬送が開始されるまでの搬送待ち時間が増加し，工程での仕掛品不足やリードタイム増加の原因となる場合もある．本稿では，待ち行列モデルを用いたアプローチを用いて，搬送待ち時間を削減する搬送要求の処理順序や AGV の割当て規則を検討する．

キーワード：AGV，待ち行列モデル，搬送要求の処理順序，AGV の割当て，マルコフ解析

1. はじめに

生産システムの搬送手段の中で，柔軟性の高いものに AGV（Automated Guided Vehicle；自動搬送車）がある．AGV は，光や電磁気などによって設置された経路上を任意に走行して，目的地に部品や仕掛品を供給するもので，FMS において搬送の主役を演じている．また，近年制御のコンピュータ化が進み，複数の AGV を集中管理することが可能になってきた．AGV はコンベヤなどと比べ柔軟性は高いが搬送量が少ないので，搬送要求が発生してから搬送が開始されるまでの搬送待ち時間が増加し，工程での仕掛品不足やリードタイム増加の原因となる場合もある．したがって，搬送要求の発生状況に応じて，搬送要求の処理順序や AGV の割当て規則を検討し，搬送待ち時間を削減することは重要な問題である．

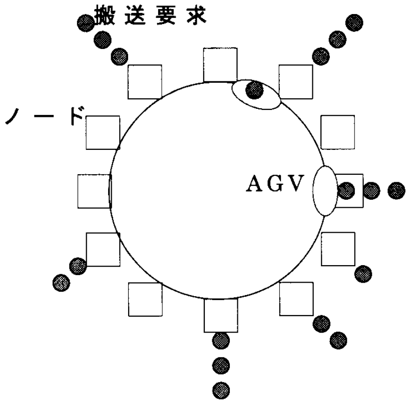

図1　AGV システム

図1に AGV システムの例を示す．工程に対応する各ノードでは，それぞれ行き先をもった搬送要求が発生する．AGV は搬送要求の発生ノードに移動し，仕掛品（または部品等）を積み込み，目的ノードまで運搬し，仕掛品を降ろす．複数の搬送要求が処理待ちの状態になったときの処理順序の中で，比較的単純なものに以下の二つがある．

1. **発見順処理**　ある処理を終えた AGV は，もしその目的ノードに搬送要求が貯まっていればそのうち先頭の要求の搬送を行う．もし，そのノードに搬送要求がなければ，次のノードに進み，このノードに搬送要求が貯まっていれば，先頭の搬送要求を処理する．この移動を搬送要求を発見するまで続ける．
2. **先着順処理**　ある搬送を終えた AGV は，その時点でシステムのあらゆるノードに貯まっている搬送要求のうち，最も先に発生した要求を処理する．この要求の搬送を終えると，再び先着順に搬送要求を処理する．搬送を終えた時点に貯まっている搬送要求がどのノードにもない場合は，搬送要求が発生するまでそのノードで待機する．

発見順処理は，特に搬送要求待ちが多いとき，AGV の回送（空で移動する）距離を少なくすることができるので，搬送の平均待ち時間を減少するのに有効な方法であるが，搬送要求の発生ノードと目的ノードの組み合わせによっては，あるノードで発生した搬送要求だけが非常に長い時間待たなければならなくなる可能性がある．すなわち，待ち時間の分散が大きくなるため，仕掛品不足を起こす工程が発生しやすくなる．これに対して先着順処理は，待ち時間の分散は小さくすることができるが，AGV の回送距離が大きくなってしまうので，特にシステムの負荷が大きいとき

やました　ひであき
東京都立大学 経済学部
〒192-0397 八王子市南大沢 1-1

には，すべての搬送要求の待ち時間が膨大になってしまう危険性がある．したがって，それぞれの搬送要求の処理順序に対して，所与の搬送要求の発生頻度のもとで，搬送待ち時間の平均や分散，搬送待ち時間がある値以上になる確率などを求めることは，AGVシステムを設計する上で極めて重要である．また，2台以上のAGVから構成されているシステムでは，発生した搬送要求に対して，どのAGVを割り当てるかによって搬送待ち時間は影響を受けるので，AGVの割当て規則も重要な問題となる．

本稿では以上のような問題に対し，待ち行列モデルを用いたアプローチを紹介する．発見順処理を行うシステムは，ノード数が大きくなると，数値的にも解析することが困難になるが，先着順処理を行うシステムに対しては，効率的な数値解析の方法が提案されている[3]．次節では，AGVシステムの待ち行列モデルを示す．節3では，それぞれの処理順序を採用する場合において，数値的に解析する手順を概説し，節4では簡単な数値例を紹介する．

2. 待ち行列モデル

本稿では，AGVシステムを離散時間待ち行列モデルによって表現し，以下の仮定を行う．

(1) AGVシステムは，N個のノードと1台または2台のAGVから構成される．

(2) 各AGVが同時に搬送することのできる要求は1つとする．AGVは2台ある場合でも，衝突などの干渉なしに独立に移動することができる．

(3) 搬送要求の発生，AGVの到着・退去は，時間スロットの初めに発生する．

(4) 各ノードで発生した搬送要求は，失われることなくすべて処理される．

(5) 搬送要求の発生間隔Λは，任意の分布に従う．搬送要求の発生ノードがi，目的地ノードがjである確率を$\lambda_{i,j}(i, j=1, 2, \cdots, N, i \neq j)$とする．

(6) ノードiからノードjまでの搬送時間（移動時間＋積み降ろし時間）$T_{i,j}$，回送時間（移動時間のみ）$D_{i,j}$は，それぞれ独立の任意の分布に従う．

仮定(5)，(6)によって，このモデルは，図1のような巡回型のAGVシステムだけでなく，任意の形状のシステムに対応することができる．

3. マルコフ解析

3.1 発見順処理

発見順に処理するシステムは，確率的順序に従う1-制限式ポーリングシステムにおいて，サービスを行ったか否かで次の行先ノードが異なり，切替時間が現在いるノードと行先ノードの両方に依存する特別な場合に相当する．Srinivasan[2]は，搬送要求の発生がポアソン分布に従う連続時間モデルにおいて，AGVが1台の場合に平均待ち時間の重み付き和に関する保存則を導き，これより2ノードシステムの平均待ち時間を求めた．前節でモデル化した発見順処理システムについては，搬送要求の発生がポアソン分布に従い，AGVが1台の場合，AGVがノードに到着した時点における各ノードの搬送要求数とそのときのAGVの位置（ノード番号）からなる状態ベクトルはマルコフ性を有する．しかし，ノード数が大きくなるとマルコフ連鎖の状態数が膨大となり，数値的でさえ解析することは困難になる．したがって，一般的にはこのモデルを厳密に解析することはできない．本稿後述の数値例では，シミュレーションによる結果を用いる．

3.2 先着順処理

先着順処理では，新たに発生する搬送要求はそれ以前に発生した搬送要求の処理順序に影響しないので，搬送要求発生時にその要求の搬送終了時刻とAGVの位置（ノード番号）だけを記憶することにより，マルコフ解析が可能となる．

τ_k^nをAGV$k(k=1, 2)$が$n(n=1, 2, \cdots)$番目の搬送要求が発生してから，n番目までのすべての搬送要求を処理するまでの時間とし，$S_k^n(\tau_k^n)$をその処理終了時におけるAGVの位置とする．いま，$(n+1)$番目の搬送要求がノードiからノードjへの要求で（確率$\lambda_{i,j}$），その要求がAGVkに割り当てられると，

$$\tau_k^{n+1}=\max(\tau_k^n-\Lambda, 0)+D_{S_k^n(\tau_k^n),i}+T_{i,j}, \qquad (1)$$

$$S_k^{n+1}(\tau_k^{n+1})=j, \qquad (2)$$

となり，$(n+1)$番目の搬送要求がAGVkに割り当てられないと，

$$\tau_k^{n+1}=\max(\tau_k^n-\Lambda, 0), \qquad (3)$$

$$S_k^{n+1}(\tau_k^{n+1})=S_k^n(\tau_k^n), \qquad (4)$$

となる．このことから，次の定理と系が成り立つ．

定理　$(\tau_1^n, \tau_2^n, S_1^n(\tau_1^n), S_2^n(\tau_2^n))$はマルコフ性をもつ．

系　$(\tau_1^n, \tau_1^n-\tau_2^n, S_1^n(\tau_1^n), S_2^n(\tau_2^n))$はマルコフ性をもつ．したがって，$(\tau_1^n, \tau_1^n-\tau_2^n, S_1^n(\tau_1^n), S_2^n(\tau_2^n))$に対する平衡状態方程式を解けば，定常状態確率を数値的に求める

ことができる．τ_1^n は無限の値をとりうるが，$\tau_1^n - \tau_2^n$, $S_1^n(\tau_1^n)$, $S_2^n(\tau_2^n)$ は有限の値しかとらないので，この定常状態確率は，行列幾何形式解[1]を用いて効率的に求めることができ，定常状態確率から搬送要求の待ち時間分布なども求めることができる．

4. 数値例

4.1 処理順序の比較

まず，発生した搬送要求を発見順に処理する場合と先着順に処理する場合で，搬送要求の待ち時間を比較する．図1のような巡回型 AGV システムにおいて，AGV が1台，ノード数が3の二つの例題を考える．両例題において，搬送要求の発生時間間隔は平均5または10の幾何分布に従い，搬送時間と回送時間はそれぞれ，$T_{1,2}=T_{2,3}=T_{3,1}=2$，$T_{1,3}=T_{2,1}=T_{3,2}=3$，$D_{1,2}=D_{2,3}=D_{3,1}=1$，$D_{1,3}=D_{2,1}=D_{3,2}=2$ の一定値をとると仮定する．この搬送時間，回送時間は，隣のノードまでの移動時間が1で，積み降ろし時間が1である場合に相当する．また，搬送要求の発生ノードが i で目的ノードが j である確率 $\lambda_{i,j}$ を表1に示す．例題1ではこの確率がすべて等しい．例題2ではこの確率が大きく異なるが，搬送要求の発生ノードが i である確率と目的ノードが i である確率はほぼ等しくなるように設定されている．搬送要求の待ち時間の平均と分散の結果を表2に示す．発見順処理の数値結果はシミュレーションを用いて求めているので，t 分布による95%推定の結果を示している．この結果より次のことがわかる．

- 発見順処理したときの搬送要求の平均待ち時間は，先着順処理よりも小さい．この傾向はシステムの負荷が大きいほど顕著になる．これは，発見順処理ではシステムの負荷が大きいほど AGV の回送距離が短くなるが，先着順では AGV の回送距離が減少しないためである．
- 例題2のような非対称なシステムで搬送要求を発見順に処理すると，待ち時間の分散が非常に大きいノードが生じる．しかし，例題1のような対称なシステムでは，発見順に処理を行っても待ち時間の分散は大きくならない．

4.2 AGV の割当て規則の比較

AGV が2台ある場合は，発生した搬送要求に対してどの AGV を割り当てるかを決めなければならない．例えば，先着順処理を行う場合でも，次のような規則が考えられる．

割当て規則 I　先に搬送要求の発生ノードに到達できる AGV がその搬送を担当する．すなわち，

$$D_{S_k^n(\tau_k^n),i} - \tau_k^n < D_{S_{k'}^n(\tau_{k'}^n),i} - \tau_{k'}^n \tag{5}$$

なる AGVk(k, $k'=1, 2$, $k \neq k'$) が n 番目の搬送要求を担当する．

割当て規則 II　搬送要求の発生/目的ノードの対 (i, j) によって，AGV の割当てを決める．

割当て規則 I は式(5)により，割当て規則 II は発生/目的ノードの対が確率 $\lambda_{i,j}$ によって決まることより，節 3.2 で定義した搬送要求の発生時点の状態ベクトル (τ_1^n, $\tau_1^n - \tau_2^n$, $S_1^n(\tau_1^n)$, $S_2^n(\tau_2^n)$) はマルコフ性をもつ．したがって，この二つの規則を用いたシステムは，節 3.2 の方法で解析することができる．

まず，割当て規則 I と割当て規則 II の比較を行う．図2に示す3ノードシステムにおいて，AGV が2台の場合を考える．図2のアークには，搬送要求の発

表1　搬送要求の発生/目的ノード確率（例題 1,2）

例題	発生/目的ノード確率					
	$\lambda_{1,2}$	$\lambda_{1,3}$	$\lambda_{2,3}$	$\lambda_{2,1}$	$\lambda_{3,1}$	$\lambda_{3,2}$
1	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6
2	21/50	7/150	7/150	21/50	1/30	1/30

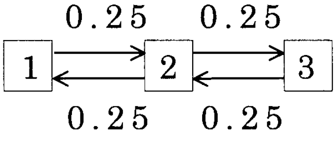

図2　AGV システム（例題 3）

表2　搬送待ち時間の平均と分散（例題 1,2）

		E[Λ] = 5				E[Λ] = 10			
例題	ノード	平均待ち時間		待ち時間の分散		平均待ち時間		待ち時間の分散	
		先着順	発見順	先着順	発見順	先着順	発見順	先着順	発見順
1	1	4.87	2.94 ± 0.02	19.79	10.28 ± 0.18	2.09	1.63 ± 0.01	4.11	2.83 ± 0.05
	2	4.87	2.95 ± 0.01	19.79	10.43 ± 0.15	2.09	1.63 ± 0.01	4.11	2.85 ± 0.04
	3	4.87	2.96 ± 0.01	19.79	10.50 ± 0.14	2.09	1.64 ± 0.01	4.11	2.86 ± 0.05
2	1	3.95	2.61 ± 0.01	15.14	6.88 ± 0.09	1.63	1.55 ± 0.01	3.56	2.36 ± 0.03
	2	3.99	2.40 ± 0.01	14.79	7.33 ± 0.11	1.84	1.22 ± 0.01	3.59	2.10 ± 0.03
	3	6.54	3.94 ± 0.04	8.44	25.12 ± 0.86	3.34	2.06 ± 0.02	1.55	4.03 ± 0.16

表3 平均搬送待ち時間（例題3）

E[Λ]	平均待ち時間		規則IIの割当て	
	規則I	規則II	AGV 1	AGV2
2	0.91	1.08	(1,2),(2,1)	(2,3),(3,2)
1.25	12.01	1.60	(1,2),(2,1)	(2,3),(3,2)

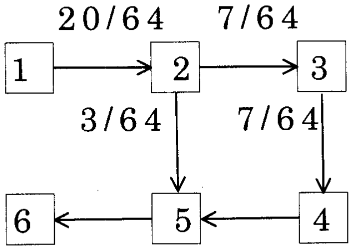

図3 AGVシステム（例題4）

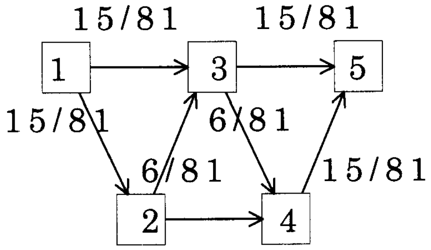

図4 AGVシステム（例題5）

生/目的ノード確率$\lambda_{i,j}$を表示する．また，搬送要求の発生時間間隔は平均1.25または2の幾何分布に従い，積み降ろし時間は0として，搬送時間と回送時間はすべて一定値1であると仮定する，すなわち，$T_{1,2}=T_{2,1}=T_{2,3}=T_{3,2}=D_{1,2}=D_{2,1}=D_{2,3}=D_{3,2}=1$.

割当て規則IIでは，搬送要求(1,2)，(2,1)をAGV 1が，搬送要求(2,3)，(3,2)をAGV 2が担当する．このとき，すべての搬送要求の平均待ち時間の比較を表3に示す．規則Iでは，搬送要求が発生したとき空のAGVが柔軟に対応できる反面，AGVの回送距離が長くなる欠点がある．システムの負荷が小さいときは規則Iの平均待ち時間がやや小さいが，システムの負荷が大きくなると，回送距離の影響が大きくなり，規則Iの平均待ち時間が大幅に増加することがわかる．

つぎに，規則IIにおいて，平均待ち時間が最小になるようにAGV 1とAGV 2に搬送要求を割り当てる問題を考える．図3，図4のアークには，図2と同様に搬送要求の発生/目的ノード確率$\lambda_{i,j}$を表示する．また，搬送要求の発生時間間隔は例題4では発生率0.88，例題5では発生率0.81の幾何分布に従い，積み降ろし時間は0として，搬送時間と回送時間はすべて一定値1であると仮定する．表4の結果は，AGVの割当てを総当たりで探索し，平均待ち時間が小さいものから順に表示したものである．これらの解は，AGVの負荷のバランスがとれ，かつ回送距離が短くなるようにAGVが割り当てられていることがわかる．

表4 規則IIのAGV割当ての比較（例題4,5）

例題	平均待ち時間	AGVの割当て	
		AGV1	AGV2
4	3.45	(1,2),(2,5) (5,6)	(2,3),(3,4),(4,5)
	3.67	(1,2),(5,6)	(2,3),(2,5),(3,4),(4,5)
5	3.18	(1,2),(1,3),(2,3)	(2,4),(3,4),(3,5),(4,5)
	3.24	(1,2),(1,3),(2,3),(2,4)	(3,4),(3,5),(4,5)
	3.30	(1,2),(1,3),(2,3),(3,4)	(2,4),(3,5),(4,5)
	3.43	(1,2),(1,3),(2,4)	(2,3),(3,4),(3,5),(4,5)

5. おわりに

本稿では，AGVシステムの搬送要求の処理順序やAGVの割当て問題に対する待ち行列モデルを用いたアプローチを紹介した．AGVの割当て規則に関しては他にも，回送距離が短いAGVを割り当てる．発生ノードによってAGVを割り当てるなど種々の規則が考えられるが，どの規則を採用しても，各AGVにおいて割り当てられた搬送要求を先着順に処理する限り節3.2の方法で数値的に解析することができる．比較的面積の大きいシステムでは，AGVの担当領域を区別し，二つの領域にまたがる搬送要求は中継点を経由して2台のAGVで搬送することによって回送距離を短縮することも考えられるが，このようなモデルについては今後の課題とする．

参考文献

[1] M.F. Neuts: *Matrix-Geometric Solutions in Stochastic Models*, Johns Hopkins University Press, Baltimore, 1981.

[2] M.M. Srinivasan: "Non-deterministic polling systems", *Management Science*, vol. 37, pp. 667-681, 1991.

[3] H. Yamashita: "Analsis of dispatching rules of AGV systems with multiple vehicles", *IIE Transactions*, vol. 33, pp. 889-895, 2001.