論文・研究レポート

AHPにおける一対比較結果に対する信頼性指標の提案

保脇 祥充，千田 裕司，倉重 賢治，亀山 嘉正

1. はじめに

AHPを利用する際，各要素間の相対的重度は，意思決定者が感覚的に行う一対比較結果から算出されている[1]．感覚情報を用いるため，得られた結果が本当に正しいのかどうかを正確に判定することは事実上不可能である．しかしながら，一対比較結果に対する整合性の指標が述べられており，少なくとも整合性が満たされていない場合，その結果は信頼できないと考えられている．

本研究では，同じ要素に対する一対比較を一定期間をおいて複数回行うことで，その相違差を考慮した新たな指標を提案する．信頼のおける意思決定が行われている場合，整合性が満たされていることはもちろんのこと，一定期間後でも一対比較結果そのものに，大きな差は含まれないはずである．これらの相違差を不変度と定義し，この指標（不変性）を従来の整合性と組み合わせて使用することで，より厳密な信頼性の評価を行うことを目的とする．

2. 新たな信頼性の指標

2.1 不変性とは

AHPが提案されて以来，数多くの一対比較法の拡張や応用例が報告されている[2, 3]．AHPの運用に関しては，多くの場合，意思決定者の感覚情報が用いられており，意思決定者が真剣に問題に取組むことが前提となっている．

本論文では，一対比較はもちろんのこと，代替案や評価項目の選定から階層構造の作成まで，多岐にわたって意思決定問題に参加している者を意思決定者，単に一対比較のみに参加している者を一対比較者として区別する．モチベーションの高い意思決定者の場合，問題に対して真剣に取り組んでいると考えられるが，問題意識が希薄な一対比較者が含まれている場合はそうであるとは限らない．実際，著者らが電力設備の合意形成問題[4]に取り組んだ際，不特定多数の方にアンケート形式で一対比較を依頼したが，その返却された用紙の中には，明らかにいい加減な回答も含まれていた．近年，住民参加型の政策決定や行政評価が注目されつつあり，多くの一対比較者を含むAHPの利用が増すことが予想されている[5]．そのため，意思決定問題に対して真剣に取り組ませるための動機付けや，いい加減な一対比較結果を排除することが必要になってくる．動機付けの研究は他に譲るとして，ここでは，いい加減な一対比較結果の排除に関して取り組むこととする．もちろん従来からある整合性によって，信頼性を評価することは可能であるが，より厳密に行うため，本研究では不変性の概念を提案する．

同一人物が，まったく同じ要素に対する一対比較を，ある一定期間後に複数回行い，その相違を考慮した指標を不変度とする．本研究における不変性の導入目的は，従来からの整合度との併用により，不適切な一対比較結果を排除することにある．しかしながら，不変度を検討するためには，少なくとも2回の一対比較データの収集が必要となり，しかも，その運用条件としては次のことが挙げられる．

- 比較対象となる要素の重要度は，意思決定の環境も含めて，短期間のうちに変化するものではない．
- 一対比較者は，後日，同じ一対比較を行うことを知らない，もしくは意識させない工夫が必要となる．

よって不変性を考慮する場合，そうでない場合に比べて実施コストや労力が増すことは明らかである．さらに，収集したデータの中から利用できる一対比較結果

やすわき よしみつ
㈱日立情報システムズ
〒259-0142 神奈川県足柄上郡仲井町久所字沢ノ上84-1
せんだ ゆうじ
岡山県立大学 大学院情報系工学研究科
〒719-1197 岡山県総社市窪木111
くらしげ けんじ，かめやま よしまさ
岡山県立大学 情報工学部
〒719-1197 岡山県総社市窪木111
受付 03.8.22 採択 04.7.16

の数も少なくなることが予想され，導入によるデメリットの大きさも否定はできない．しかしながら，これらのコストや労力を追加してでも，慎重さが必要とされる重要案件[6, 7]に対しては有効性が存在すると考えられる．

2.2 実際の一対比較調査

ここでは実際に2回の一対比較を行い，その相違差がどれくらい発生するか調べた．中学生99人を対象に，主要5科目に対して，その科目がどれくらい好きかを一対比較によって答えてもらった．用いた修飾語とそれに対応した一対比較値は表1の通りである．また，2回目のアンケート実施には，1週間の間隔をあけ，もちろん，同じアンケートを2回行うことについては言及していない．わずか1週間の間に，科目の選好度合いが変化することは考えにくく，前項で述べた使用条件はすべて満たされている．なお，比較要素数は5のため，一対比較の回数は10回となり，99人分，合計990個の相違差に関して，その発生回数を表2に示した．ここでの相違差とは，修飾語の変動量を示しており，例えば，最初の一対比較結果が，“同じ位”で，1週間後が“同じ～少し”なら相違差は1，“少し”なら2となる．表2より，1週間後も同じ一対比較結果が得られたのは，半数にも満たず，本研究で提案する不変性導入の意義が存在すると考えられる．

2.3 不変度の式

比較要素数n，ある時期に行った一対比較値をb_{ij}，同じ一対比較を一定期間後に行った場合の値をc_{ij}とすると，不変度としては式(1)～(3)などの指標が考えられる．これらの式では，一対比較の相違差が少なくなるほど式の値は小さくなり，完全に同じ一対比較行列が得られた場合はその値は0となる．どの式を利用するかは，一対比較に使用した数値や意思決定者の感覚によって決めればよく，以下の式以外にも様々な形状のものが考えられる．

$$UI_1=\frac{1}{n}\sqrt{\sum_i\sum_j(\ln b_{ij}/c_{ij})^2} \tag{1}$$

$$UI_2=\frac{1}{n}\sqrt{\sum_i\sum_j(b_{ij}/c_{ij}-1)^2} \tag{2}$$

$$UI_3=\frac{1}{n}\sqrt{\sum_i\sum_j(b_{ij}-c_{ij})^2} \tag{3}$$

表1　修飾語と一対比較値

修飾語	一対比較値
同じ位好ましい	1
少し好ましい	3
好ましい	5
かなり好ましい	7
極めて好ましい	9
間の修飾語	2，4，6，8

表2　相違差の発生回数

相違差	発生回数
0	451
1	164
2	209
3	58
4	65
5以上	43
合計	990

3. 不変度の基準値

3.1 不変性の判定基準

不変性の導入に関しては，不変度の値が適切な範囲内かどうかの判定基準が必要となる．整合度に関しては固有値から計算されているCIがよく利用されているが，その基準値として0.1もしくは0.15が設けられている[1]．ところで，CIには推移律を仮定した上でデータの信頼性を検討する視点と，循環律を許容し，それらを判別する視点が存在しているが[8]，本研究では，前者の視点から信頼性を検討ものである．次に，直接的な整合度の指標として

$$p=\frac{1}{n^3}\sqrt{\textstyle\sum_{i=1}^n\sum_{j=1}^n\sum_{k=1}^n(a_{ik}a_{kj}/a_{ij}-1)^2} \tag{4}$$

$$L=\frac{1}{n^2}\sqrt{2\textstyle\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=i+1}^n(\sum_{k=1}^n\ln a_{ij}a_{jk}/a_{ik})^2} \tag{5}$$

などが提案されており，シミュレーション実験から，整合度CIとかなり強い相関関係が存在することが示されている[9, 10]．そのため，近似式を適用することで基準値を設定することが可能となっている．本研究で提案する不変度に関しては，整合度CIとの間に強い相関関係が存在することは期待できないため，同様の方法で基準値を設定することは不可能である．もっとも，もし高い相関関係が存在するなら，一対比較を複数回行って不変度を求める必要はなく，整合性の評価のみで十分なものとなる．ここでは，不変性の判断基準の設定方法について検討する．ただし，式(1)～(3)より明らかなように，一対比較は2回行うことを前提としており，二つの整合度と一つの不変度が算出されることになる．また，意思決定者が設定した基準に基づいて，整合性や不変性が満たされていると判断されたものを単純に合格と呼ぶ．整合性の合格条件としては，2回とも基準値0.1以下を基本とすべきであるが，評価項目の数が多ければ整合性も満たしにくく

なり，その基準値を0.15に引き上げたり，どちらか片方の整合性を満たしていれば合格とする緩和方法も考えられる．これらの基準に関しては，あくまで意思決定者がその状況に応じて決めればよいものと考える．

本研究では，誤差モデルの視点から，不変性の合格判定基準の目安として，整合性の合格率と同じ程度になるように設定する．そのため次節で述べるシミュレーションを用いて不変度の基準値を求める．

3.2 シミュレーションによる基準値の検討

不変度の基準値を定めるためには多くの一対比較行列を検討すべきである．これまでいくつかの研究では，コンピュータ上で仮想的な一対比較行列を作成することで解析を行っている[9~13]．本研究でも以下の手順によるシミュレーションを行い，整合度と不変度の関係を調べることにする．

シミュレーション手順

Step 1　一様乱数によって相対的重要度に相当する n 次元ベクトル $\mathbf{W}=(w_1, w_2, \cdots, w_n)$ を作成する．ただし，最大相違倍率（w_i/w_j の最大値）は9以下とし，合計値は1となるように正規化を行っておく．

Step 2　上記で求めたウエイトを基に，i 行 j 列の要素を

$$a_{ij}=w_i/w_j \tag{6}$$

とする一対比較行列 $\mathbf{A}$ を作成する．一対比較行列 $\mathbf{A}$ の整合度は明らかに0である．

Step 3　実際の一対比較においては判断ミス含まれ，それが整合度や不変度の値に影響を与えている．そのため，今回のシミュレーションでは一対比較行列要素 a_{ij} に，正規分布に基づく乱数を誤差として付加させる．ここで，要素 a_{ij} に付加する，平均値0標準偏差 σ の正規乱数を $k_{ij}(\sigma)$ とし，$a_{ij}>1$ となるすべての要素について

$$b_{ij}=a_{ij}\times\exp(k_{ij}(\sigma)) \tag{7}$$

とする．ただし，b_{ij} の値が1/9以下または9以上のときはそれぞれ1/9，9とし，$a_{ij}<1$ の要素については $b_{ji}=1/b_{ij}$ とすることで，誤差を加味した一対比較行列 $\mathbf{B}$ を作成する．正規乱数の標準偏差 σ が0のときは，一対比較行列 $\mathbf{B}$ の整合度は必ず0となり，σ の値が大きくなるほど整合度の平均値は悪くなる．

Step 4　一対比較行列 $\mathbf{B}$ は1回目の一対比較を想定しており，Step 3と同様のプロセスで2回目の一対比較行列 $\mathbf{C}$ (c_{ij}) を作成する．

Step 5　一対比較行列 $\mathbf{B}$ と $\mathbf{C}$ から不変度を算出する．σ の値が大きくなるほど誤差が大きな一対比較行列となり，不変度の値は大きくなると予想される．σ の値が0のときは整合度と同様不変度の値も0となる．

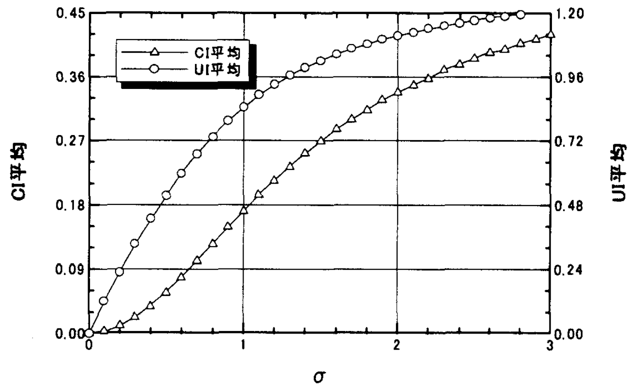


図1　要素数5の場合の整合度と不変度の平均

以上の操作を σ を0.1から3.0まで0.1刻みに値を増やし，それぞれの σ で50,000個の仮想的一対比較行列を作成した．このようにして作られた一対比較行列は既知のウエイト行列 $\mathbf{W}$ から求めた一対比較行列 $\mathbf{A}$ の各成分を，判断ミスを考慮して行列成分を変形したものである．また，σ を大きくすることで判断ミスの度合いが大きくなると考えられ，一対比較者の信頼性を表していると言える．要素数5の場合における，各 σ での整合度と式(1)の不変度の平均値を図1に示す．同図より，σ の増加につれてどちらも増加傾向にあり，判断ミスの大きさによって整合性と不変性はともに悪化していくことが確認できた．

不変性による評価を行う場合，その基準値の設定によって合否の難易度が決まる．本研究では，整合性と不変性の合格率が同程度になるように不変度の基準値を設定する．今回のモデルでは，整合性の評価に関して，2回とも0.1以下を満たすものを合格とする．そこでまず，σ の値の推移による整合性の合格率の変化を調べるため，要素数3，4，5，7，9の場合のシミュレーション結果を図2に示す．この図より，要素数が少ないほど合格率が高くなる傾向が確認できた．特に要素数3においては，他と比べてかなり整合性を満たしやすいと言える．

3.3 基準値の算出

不変度の基準値を試験的に定めて不変度の合格率と σ との関係を調べる．今回のシミュレーションでは前に述べた手順を含めて次のような設定で行った．

・σ の集合 S を0.1~3.0の間で0.1ごとに設定してシミュレーションを行う．

・整合性や不変性の合格率は，各 σ において50,000個のデータによるものである．

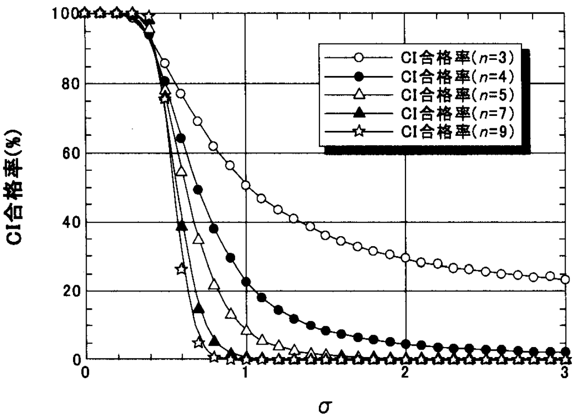


図2　整合性の合格率の推移

・要素数 n が3～9の場合についてシミュレーションを行う．

・不変度(1)の基準値は，予備実験により0.5，0.6，0.7，0.8の4通りとする．

以上の設定でシミュレーションを行い，要素数が3，5，7，9の場合の結果を図3に示す．同図より，要素数5，7，9では不変度(1)の基準値を0.6としたときに，不変性と整合性の合格率は極めて近い値を示している．その一方，要素数3では，基準値0.7もしくは0.8ところで近い値を示していた．ところで，整合度の基準値は0.1もしくは0.15の精度で表されており，不変度の基準値も小数点1桁の表現で十分であると考える．次に，近似の目安として，それぞれの合格率の差の二乗和を

$$F(\sigma, v)=\sum_{\sigma \in S}(UR(\sigma, v)-CR(\sigma))^2 \qquad (8)$$

とする．ただし

v：不変度の基準値

$UR(\sigma, v)$：基準値が v で標準偏差 σ のときの不変性の合格率（%）

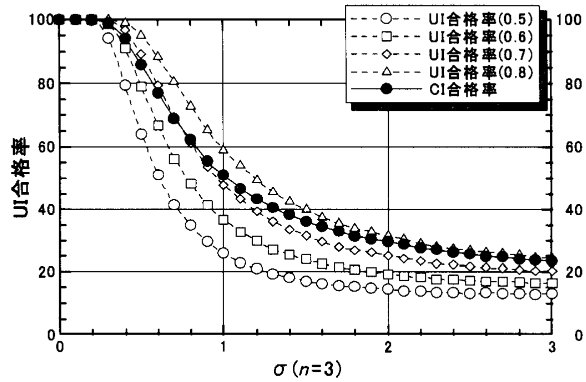
$CR(\sigma)$：標準偏差 σ のときの整合性の合格率（%）

これらの数値は小さいほど近似度が高いと考えられ，それらの計算結果を表3に示す．図3に示唆されている通り，要素数3では基準値0.7が最小値を示しているものの，残りの要素数4～9では基準値0.6が最小値を示している．よって，不変度(1)では0.6が基準値として適当であると考えられる．

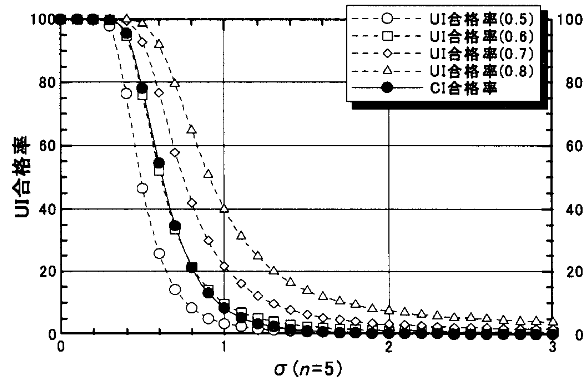
3.4　条件設定

3.4.1　誤差の与え方

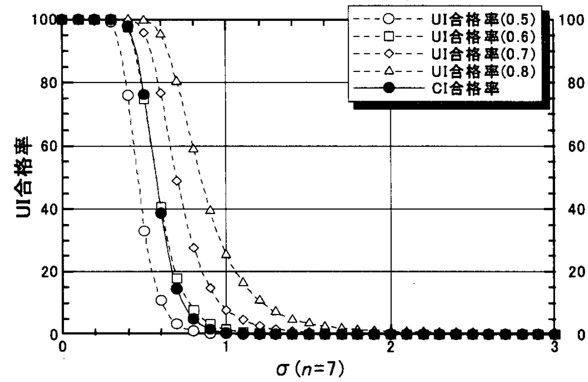
前節で不変度(1)の基準値として0.6が適当であることを述べたが，他の条件下においても成立するかは定



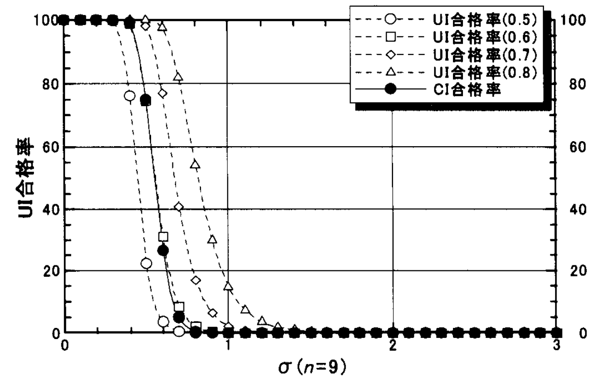
(a)　要素数3の場合



(b)　要素数5の場合



(c)　要素数7の場合



(d)　要素数9の場合

図3　整合性と不変性の合格率の推移

かではない．そこで節3.2でのランダムデータ作成手順のうち誤差を付加するStep 3の部分において

$$b_{ij}=a_{ij}\wedge k_{ij}(\sigma) \tag{9}$$

$$b_{ij}=a_{ij}+k_{ij}(\sigma) \tag{10}$$

として前節と同様のシミュレーションを行った．ただし，式(9)の正規乱数 $k_{ij}(\sigma)$ では平均値を0ではなく1とする．表4，5にそれぞれのケースの差の二乗和を示す．今回のシミュレーション結果でも前節と同じく

表3 整合性と不変度(1)による合格率の差の二乗和

	基準値_0.5	基準値_0.6	基準値_0.7	基準値_0.8
n=3	9219.6	3040.3	366.3	839.2
n=4	3332.8	166.7	1546.1	7581.6
n=5	2877.4	41.3	2621.2	10720.4
n=6	2975.7	27.3	3262.1	12323.3
n=7	3196.2	29.4	3798.8	13522.1
n=8	3601.5	35.4	4306.7	14749.8
n=9	3919.8	35.3	4747.2	15632.2
合計	29123.2	3375.8	20648.6	75368.7

表4 誤差関数式(9)を用いたときの合格率の差の二乗和

	基準値_0.5	基準値_0.6	基準値_0.7	基準値_0.8
n=3	4116.6	1062.4	32.6	498.3
n=4	1406.9	20.9	797.7	3226.7
n=5	1021.0	24.7	1306.4	4367.1
n=6	912.7	52.2	1606.8	5008.0
n=7	913.1	70.3	1837.8	5579.2
n=8	940.1	87.9	2072.3	6138.4
n=9	987.1	106.2	2244.5	6531.6
合計	10297.8	1424.7	9898.1	31349.4

表5 誤差関数(10)を用いたときの合格率の差の二乗和

	基準値_0.5	基準値_0.6	基準値_0.7	基準値_0.8
n=3	15081.7	3590.4	246.7	3175.1
n=4	10306.8	403.7	3859.1	18108.2
n=5	8334.5	23.7	9436.0	33964.9
n=6	8224.5	159.8	13398.1	45068.3
n=7	8778.4	254.1	15910.7	51897.4
n=8	9494.1	331.5	17951.5	56698.0
n=9	10343.0	376.4	19403.1	59555.9
合計	70563.1	5139.6	80205.2	268467.9

0.6が適当な基準値である思われる．よって，基準値は誤差の与え方に影響を受けないことが確認できた．

3.4.2 最大相違倍率

節3.2では，仮想ウエイトの最大相違倍率は9以下と設定していたが，ここでは100まで拡張したときについても検討する．他の手順は同じものとし，このシミュレーション結果を表6に示す．この結果からも，最大相違倍率を変化させた場合においては，基準値の値は0.6が適当であると言える．

3.4.3 不変度の式

節2.3で提案した不変度(1)以外の式についても，その基準値を検討する．不変度(2)，(3)を節3.2で記述した手順を用いて基準値の比較を行う．表7，8にそれぞれ不変度(2)，(3)の場合のシミュレーション結果を示す．

不変度(2)の表7では，要素数が3以外の時は基準値0.8が最小値を示しており，基準値は0.8を設定する．しかしながら，要素数3のときにはとなりの列の0.9ではなく1.1のときに最小値を示しており，0.8を基準値に設定した場合，要素数3ではかなり緩い条件になると考えられ注意が必要である．不変度(3)の表8からは，要素数3では0.9，要素数4では0.7，要素数5～9では0.6が最小値を示している．基準値0.7では，0.6ほどではないものの，他に比べても小さな値を示していることより，ここでの推奨基準値は0.6～0.7とする．

表6 最大相違倍率が100のときの合格率の差の二乗和

	基準値_0.5	基準値_0.6	基準値_0.7	基準値_0.8
n=3	7565.1	2224.5	247.2	1231.6
n=4	2149.1	85.3	2459.5	9418.4
n=5	1663.0	174.0	3879.3	13115.7
n=6	1658.1	262.4	4810.4	14895.3
n=7	1723.3	332.7	5600.2	16492.3
n=8	1898.6	378.9	6183.6	17613.7
n=9	2045.9	440.6	6762.3	18655.9
合計	18703.2	3898.6	29942.4	91422.8

表7 整合性と不変度(2)による合格率の差の二乗和

	基準値_0.7	基準値_0.8	基準値_0.9	基準値_1.0	基準値_1.1	基準値_1.2
n=3	5511.7	2831.9	1220.5	444.5	288.9	604.0
n=4	1273.1	159.0	163.4	1018.8	2534.8	4523.5
n=5	1014.6	51.7	364.8	1604.9	3557.6	5991.6
n=6	1040.4	40.0	476.9	1952.3	4193.9	6922.0
n=7	1150.4	42.9	533.9	2147.3	4590.3	7563.5
n=8	1294.3	44.0	588.4	2405.5	5025.2	8240.9
n=9	1468.0	56.1	625.9	2612.6	5476.8	9013.3
合計	12752.7	3225.6	3973.8	12185.9	25667.6	42858.8

表 8　整合性と不変度(3)による合格率の差の二乗和

	基準値_0.5	基準値_0.6	基準値_0.7	基準値_0.8	基準値_0.9	基準値_1.0
n=3	7907.3	3860.6	1549.5	509.6	503.0	1389.7
n=4	2494.2	388.6	196.6	1595.5	4578.5	9456.1
n=5	2334.1	329.4	568.4	2888.3	7635.3	15111.1
n=6	2693.7	392.0	771.7	3816.8	9522.1	17667.2
n=7	3100.9	436.5	917.5	4503.7	10800.4	19500.3
n=8	3518.9	481.1	1061.6	5127.7	12063.2	20988.7
n=9	3827.5	487.5	1170.8	5640.5	12955.8	22257.6
合計	25876.7	6375.7	6236.2	24082.0	58058.4	106370.8

表 9　整合性を満たしている人数

	2回目は整合性を満たしている	2回目は整合性を満たしていない
1回目は整合性を満たしている	42名	11名
1回目は整合性を満たしていない	15名	31名

表 10　不変度の平均値

	不変度の平均値
整合性は合格：42名	0.405
整合性は不合格：57名	0.668
全員：99名	0.556

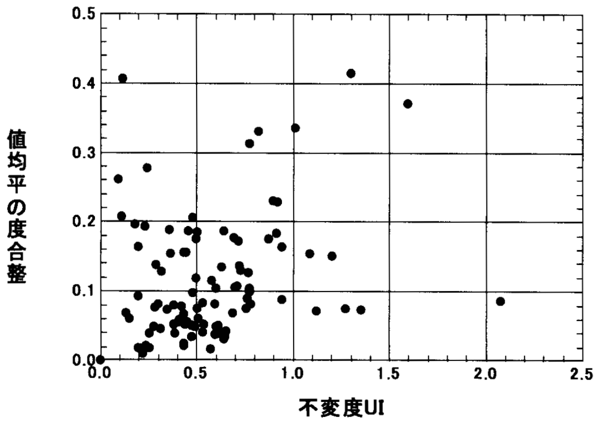


図 4　整合度の平均値と不変度の分布

3.5　考察

以上のシミュレーション結果より，誤差を正規分布に仮定した後の誤差式や一対比較結果に対する最大相違倍率の与え方によって不変度の基準値を変化させる必要はなく，不変度の式に応じてのみ基準値を設定すればよいことが確認できた．ただし，本研究で推奨した基準値に関しては，要素数4以上のときを対象としており，要素数3のときには，やや緩めの基準値となるので注意が必要である．図2にも示されているように，整合性に関しても同様な傾向が見られ，同じ基準値を採用する場合，要素数が少ないほど条件を満たしやすくなると考えられる．さらに要素数が2の場合，整合性CIの値は常に0となり，本研究の主旨の通り合格率をそろえるなら，不変度がどのような値であっても合格となる．著者の感覚では，このことは認めがたく，節2.2のアンケート調査における相違差1程度までが許容範囲であり，個別に基準値を設定することが必要であると考えられる．

4.　実験

ここでは不変度(1)を用いて，節2.2で行ったアンケートに対する不変性の評価を行う．まず，表9には判断基準を0.1以下としたときの整合性が満たされている人数を示す．1回目では53名，2回目では57名の整合性は満たされており，ほぼ同じ割合であると言える．一方，2回とも整合性が満たされていたのは42名となっており，整合性の合格者は減少している．表10には，合格者のグループ42名と，それ以外の57名，99名全員に対する不変度(1)の平均値を示した．各グループ間における平均値の差の検定を行った結果，1%の危険率で有意差が存在した．続いて整合度の平均と不変度をプロットした結果を図4に示す．これらの結果より，整合度と不変度に高い相関関係が存在しなくとも，整合性が満たされているグループの一対比較結果は，おおむね不変度の値も良好であると言える．99名の一対比較行列に関して整合性と不変性の合否に関するクロス集計を表11に示した．ここでは，整合性を合格した42名の中から不変性の評価を合格した者は32名に絞られたことになる．以上の結果，従来57名が信頼性があると評価されていたデータに対して，今回の実験では32名まで減少したことになる．今回のデータでは整合性と不変性を満たしている割合はそれぞれ40%，60%程度となり，残念ながら同じような割合にはならなかった．今後はさらに多くの実施データを用いての詳細な検討が必要である．

表11 99人のアンケートでの整合性と不変性

	整合性は合格	整合性は不合格	計
不変性は合格	33人	27人	60人
不変性は不合格	9人	30人	39人
計	42人	57人	99人

5. おわりに

本研究では，一対比較結果に対する新たな指標として不変性の導入を提案した．さらに，不変性が満たされているかどうかの判定基準の設定方法に関して述べた．この指標は，従来からある整合度との併用により，より信頼のおける一対比較行列を選定することを目的としており，実際の数値実験でその適用例を示した．シミュレーション上では，整合性と不変性の合格率は同じ割合になるはずであったが，実際には20%程度の誤差を生じており，より詳細な検討は今後の課題である．

参考文献

[1] 刀根薫：ゲーム感覚意思決定法，日科技連，1986.
[2] 木下栄蔵：入門AHP—決断と合意形成のテクニック，日科技連，2000.
[3] 木下栄蔵編：AHPの理論と実際，日科技連，2000.
[4] 千田裕司，亀山嘉正，倉重賢治，石井正二，森口崇：AHPを用いた電力設備ベストミックスに関する合意形成，オペレーションズ・リサーチ学会誌，Vol. 44, No. 5, pp. 258-264, 1999.
[5] オペレーションズ・リサーチ学会誌編集後記，Vol. 48, No. 4, pp. 333, 2003.
[6] 轟朝幸：空港適地選定の一手法，運輸政策研究，Vol. 2, No. 3, pp. 69-72, 1999.
[7] 藤本正博：AHPの国際的適用事例とソフトウェア，オペレーションズ・リサーチ学会誌，Vol. 44, No. 1, pp. 25-29, 1999.
[8] 中西昌武，木下栄蔵：階層分析法AHPにおける意思決定ストレスのモデル化に関する研究，土木計画学研究・論文集，No. 13, pp. 153-160, 1996.
[9] 吉谷清澄：AHP（階層化意思決定法）の整合度に関する検討，電子情報通信学会論文誌，Vol. 75 A, No. 9, pp. 1534-1536, 1991.
[10] 藤原浩史，幸田武久，井上紘一：階層化意思決定法(AHP)における新しい整合度とその応用，計測自動制御学会論文集，Vol. 31, No. 9, pp. 1502-1509, 1995.
[11] 吉谷清澄：AHP（階層化意思決定法）の一対比較基準値数の低減に関する検討，電子情報通信学会論文誌，Vol. 75 A, No. 5, pp. 955-956, 1992.
[12] 吉谷清澄：AHP（階層化意思決定法）のグループ合成一対比較行列の整合度の減少に関する検討，電子情報通信学会論文誌，Vol. 75 A, No. 5, pp. 957-959, 1992.
[13] 吉谷清澄：AHP（階層化意思決定法）のランダム整合度に関する理論的解析，電子情報通信学会論文誌，Vol. 75 A, No. 9, pp. 1528-1530, 1992.