

ロジスティクスにおける資源配分問題に関するゲーム理論的アプローチ

毛利 裕昭, 渡辺 隆裕

近年、ゲーム理論は経済学における重要なツールとなったが、ロジスティクスやORにおいてその応用が進んでいるとは言い難い。しかし、SCMをはじめとして1企業だけではない複数企業におけるオペレーション全体の最適化が必要とされる今、費用分担や利益配分などの利害調整メカニズムや、戦略的行動を考慮した市場メカニズムなどが、ソフトウェアに実装される必要性が出てきており、ゲーム理論の工学的応用の可能性は高まってきている。単純なモデルを用いて、いくつかの例を示し、ゲーム理論のロジスティクスに対する多様な接近法を解説する。

キーワード：ゲーム理論，ロジスティクス，費用分担，オークション

1. はじめに

ロジスティクスは、生産・流通・販売の一連の流れを最適化することを目標としているといわれる。生産や流通に対する意思決定が、一つの企業で統括されていた時代は確かにそれだけであっただろう。しかし現在は、その流れに関係する企業が複数となり、利害調整や競争・協力などの要素を含んだ「最適化」が求められている。一つの主体の意思決定は最適化であるが、複数の主体が最適化を行ったとき「どうなるのか」「どうあるべきか」は、もはや最適化の問題ではなくその先の問題である。ゲーム理論は、複数主体の意思決定は1主体のそれに比べ、ずっと複雑な問題であると認識し、その相互作用を研究する学問である。この意味において、資源管理やロジスティクスに対して、そろそろゲーム理論に注目が集まってもおかしくはない。

しかしながら、ロジスティクス、いやOR全体においてゲーム理論の応用は進んでいるとは言い難い。近年、ゲーム理論が経済学における重要なツールとなり、市場の理論であるミクロ経済学がゲーム理論中心に大きく塗り替わったにもかかわらず、である。この理由は理論経済学で「少ない原理から整合的に多くの現象を記述できる」というゲーム理論の整合性が評価され

もうり ひろあき

早稲田大学 商学部

〒169-8050 新宿区西早稲田 1-6-1

わたなべ たかひろ

東京都立大学 経済学部

〒192-0397 八王子市南大沢 1-1

ているのに対し、ORでは、整合的でなくてもいいから「費用が削減できる」「皆が納得する」など「今そこにある問題を解決する」ことが重視されるからではないだろうか。筆者はOR学会の様々な研究会でゲーム理論が活躍できる場を探してきたが、そこでは「現実の人間行動や利害調整は、大変複雑であり、ゲーム理論のような単純な理論では表せない」「人間の行動を理解するにはおもしろいが、技術として適用できるものではない」といった問題が実務家から提起されてきた。本機関誌7月号の今野会長の論稿[4]からも、それは感じられる。

ゲーム理論の研究者間でもこの課題は意識されており、2000年に開催された第1回ゲーム理論国際学会(GAMES 2000)では、会長のAumann氏が「次のゲーム理論の課題はEngineeringであり、これからは『現象の描写』から『システムの設計・計画に役立つこと』が重要課題である」と講演している。

そうかといって、展望は悲観的ではない。ロジスティクスにおいてゲーム理論が必要とされる機運は近年、高まっているように思える。一つの要因は、先に述べたように近年のロジスティクスが、SCMをはじめとして1企業だけではない複数企業におけるオペレーション全体の最適化に向かっているという点である。1企業では必要なかった費用配分や利益配分などの利害調整の問題は、複数企業の統合オペレーションの中ではますます重要視される。

二つ目の要因は、このようなロジスティクスの発展を支えているのが、ITやネットワークの発達であるという事実である。費用分担や利益配分などの利害調

整は、人間が毎回交渉するのではなく、ソフトウェアの中に組み込まれ自動化されなければならない。「何が良い配分か」「良い費用の分け方は何か」がルール化され、プログラムされる必要が出てきているのだ(久保, 毛利[3])。人が顔をつき合わせて費用分担を交渉していた際には、数学的に定義された分配方法を用いて決めることは、計算の手間と参加者の納得度を考慮すれば難しいことかもしれない。しかし、プログラムの中にあらかじめ組み込まれ自動化されるならば少々複雑な計算であっても、それが単なる費用の「折半」や「利益に対する比例配分」に比べ、より皆の満足度が高いような分担方法の方が望まれるであろう。特に、協力ゲームの解の概念は、このような皆が納得できるような「公平性」や「整合性」について考え抜かれた解であり、参加者が納得できる可能性は高い。

要因の三つ目は、ゲーム理論の研究分野として実際の制度やシステムを設計する際に、机上の理論だけでなく、実験やシミュレーションを組み合わせ、より現実的な適用を目指すように考えようとする分野が現れてきたことである。このような傾向は、資源管理だけではなく、オークションのような他の分野にも当てはまり、「市場設計」や「制度設計工学」などと呼ばれている(松井, 渡辺[7, 8])。

このような傾向の中で、具体的にゲーム理論からロジスティクスや資源管理に対して、工学的観点に立ってどのような接近ができるのだろうか。ゲーム理論と一口にいても、その範囲は広く考え方も様々である。ゲーム理論には協力ゲームと非協力ゲームがある。非協力ゲームは意思決定主体が基本単位(プレイヤー)であり、プレイヤーが合理的に行動した場合に全体が「どうなるか」を考える記述理論である。これに対し、協力ゲームは提携(結託・グループ)を基本単位と考え、「どうなるか」を考える記述的な側面だけではなく、「どうあるべきか」を考える規範理論としての面も持っている。これらの点をふまえ、どちらのアプローチをとるべきか考える必要がある。

次では、単純なモデルを用いて、いくつかの例を示し、ゲーム理論のロジスティクスに対する多様な接近法を解説していきたい。

2. 共同配送の費用分担問題

3企業の共同配送問題における費用分担問題を考える。今、三つの企業(企業1, 2, 3)が、それぞれ同

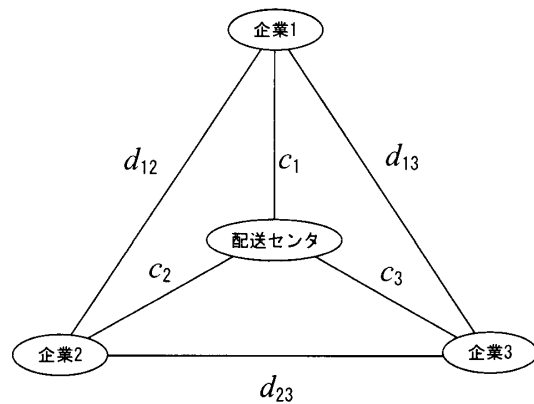


図1 企業の共同配送問題

じ配送センターに財を配送しようとしている(図1)。ここで、各企業*i*とセンターとの距離を c_i とし、企業*i*と*j*との距離は d_{ij} とする($d_{ij}=d_{ji}$ とする)。

ここで単純化のため配送にかかる費用は距離と同じであるとし、 $d_{ij} < c_i + c_j$ が成立するとする。実際は配送トラックに容量制約があり、トラックの台数も考慮すべき問題であるが、例として複雑になるため、容量制約は考えず1台のトラックですべての配送が可能であるとする。

各企業*i*は個別にセンターへ配送を行うと費用は往復で $2c_i$ かかる。ここで3企業が共同配送を行えば、1台の配送車を巡回させることで済む。その費用を最小化しようとするならば、この問題は巡回セールスマン問題(TSP)となる。その最小値を c_{123} とすれば

$$c_{123} = \min \{ c_1 + d_{12} + d_{23} + c_3, \\ c_2 + d_{23} + d_{13} + c_1, c_3 + d_{13} + d_{12} + c_2 \}$$

である。

各企業が全体の費用を最適化すれば、その節約額 v_{123} は

$$v_{123} = 2(c_1 + c_2 + c_3) - c_{123}$$

となる。しかし、共同配送の費用削減に伴う自社へのメリットが十分大きくなければ、各企業は共同化(=全体の最適化)に賛成しないであろう。言い換えると共同配送時の自社の費用分担によっては「総論賛成、各論反対」となりかねない。ここに全体の最適化ではない、ゲーム理論的問題が存在するのである。

全体費用を個々の企業に分担させる費用分担ルールを考えると、どのような観点から考えていけばよいのであろうか。ポイントはいくつかある。

2.1 費用分担か、節約額配分か

費用分担とは「総費用 c_{123} をどのように分担するか」という捉え方であり、節約額配分とは「各企業*i*が負担するはずだった $2c_i$ から、総節約額 v_{123} をどの

ように配分するか」という観点から問題を考えることである。一番単純な均等化（いわゆる「割り勘」）で、この違いを説明しよう。費用分担を均等化する均等分担では1企業の費用分担額は、 $\frac{1}{3}c_{123}$ となる。これに対し、節約額配分における均等化である節約額均等配分では、企業*i*の費用分担額は $2c_i - \frac{1}{3}v_{123}$ となる。

均等化以外に考えられる単純な分担方法は、企業*i*自身が配送した場合の費用 c_i に比例させて費用分担をする比例分担¹である。企業*i*の費用分担額は比例分担では $\frac{c_i}{c_1 + c_2 + c_3} c_{123}$ となる。

2.2 個人合理性を満たすか

ここで、次のような数値例を考えてみよう（図2）。

$$c_1=20 \quad c_2=22 \quad c_3=45$$

$$d_{12}=34 \quad d_{23}=55 \quad d_{13}=35$$

最短巡回路はセンタを出発して、企業1⇒企業3⇒企業2の順に回り、センタへ戻るルートであり、このときの総コストは132である。

表1は、三つの費用分担ルールに対する各企業の費用分担額を示している。

この例では、単純な割り勘である均等分担には問題があることが分かる。共同配送時に企業1が支払う費用44は、企業1が自分だけで配送する場合の費用40

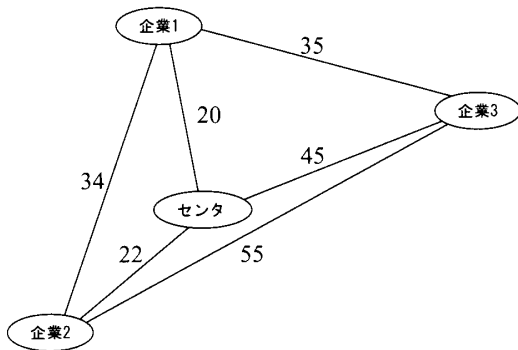


図2 数値例（3企業の共同配送問題）

表1 費用分担ルールに対する数値例

配分方法	企業1	企業2	企業3
各企業ごとの配送	40	44	90
均等分担	44	44	44
節約額均等配分	26	30	76
比例分担	30.3	33.4	68.3

¹ 総節約額比例配分は比例分担と同じになる。

よりも大きくなっている。これでは企業1は、全体の費用が削減されても共同配送には賛成しないであろう。

このように企業の費用負担額は、企業自身の配送費用 $2c_i$ よりも小さくなければならない。費用分担ルールがどんなときもこの条件を満たすとき、その費用分担ルールは個人合理性を満たすと呼ぶ。個人合理性は、費用分担ルールが満たすべき最低の条件であるが、均等分担は個人合理性を満たさないことがある。なお、節約額均等配分と比例分担は、個人合理性を常に満たすことを容易に確かめることができる。

2.3 提携の影響を考えるとどうか

個人合理性は「各企業の費用負担額は各企業で運ぶ費用よりも小さくなければならない」という考え方であるが、「各企業」の部分で「任意の提携（企業の集合）」に置き換えても成立することを要請するとき、これを提携合理性と呼ぶ。再び、表1でこれを説明しよう。

節約額均等配分において、企業1と企業3の費用分担額の合計は102である。しかし企業1と企業3が、企業2を除外して2社で共同配送をした場合、2社の合計配送額は20+35+45で100となる。したがって、節約額均等配分で費用を分担するならば、企業1と3は自分たちだけで運んだ方がよいと主張するかもしれない。すなわち節約額均等配分は提携合理性を満たさないのである。

3. 協力ゲームによるアプローチ

このような提携の影響を考慮した分担方法を求めるのであれば、協力ゲームの解によるアプローチが有効である。本問題を協力ゲームと考える場合、先に述べた費用分担の観点から費用ゲームと見るか、節約額配分の観点から節約ゲームと定式化するか二つの方法がある（船木[6]などを参照されたい）。ここでは本問題を節約ゲームとして定式化してみよう。節約ゲームでは、任意の提携に対して、その節約額を対応させる特性関数を考える。ここで特性関数を ϕ とすると、特性関数は以下ようになる。

$$\phi(\{i\})=0 \quad (i=1, 2, 3)$$

$$\phi(\{i, j\})=2(c_i + c_j) - (c_i + d_{ij} + c_j)$$

$$= c_i + c_j - d_{ij} \quad (i, j=1, 2, 3 \quad i \neq j)$$

$$\phi(\{1, 2, 3\})=v_{123}$$

ここで節約ゲームの解とは、企業*i*の費用削減額である配分 x_i を決定することである。言い換えると、企業*i*の費用負担額は $2c_i - x_i$ となる。配分の合計は

全体の節約額に一致していなければならないので

$$x_1 + x_2 + x_3 = \phi(\{1, 2, 3\}) = v_{123}$$

が要求される。これを**全体合理性**と呼ぶ。また個人合理性は $x_i > 0$ 、提携合理性は

$$x_i + x_j \leq \phi(\{i, j\}) \quad (i, j=1, 2, 3 \ i \neq j)$$

と表現できる²。

協力ゲームの基本的な解であるコアは、個人合理性、全体合理性、提携合理性を満たす配分の集合である。先の数値例では、節約額均等配分はコアに属しない。コアはどの提携も納得するような協力ゲームの基本的な解概念であり、費用分担ルールが提携を考へても合理的なルールを判定するための基準であると考えられることができるだろう。

しかし、コアは配分の集合を与えるだけで、一つの出担額を決定するわけではない。協力ゲームの解の一つの出担額を決定するには、仁やShapley値などの概念がある(船木[6]、武藤[9]、鈴木[5]を参照)。

企業の提携に対する特性関数値は、その提携に関するTSPを解くことによって与えられるので、このような協力ゲームは**TSPゲーム**と呼ばれる。詳しくは毛利、岡本[10]の解説論文を参照されたい。毛利ら[11]は、さらに企業の配送量と配送車の積載能力と台数を考慮したVRPゲームについて研究を行っている。

4. 交渉ゲームによるアプローチ

提携の影響をすべて考えることは良いことばかりとはいえない。まず、計算の複雑度からすれば、企業数 n の場合、困難なTSPを提携の数 $2^n - 1$ だけ解かなければならない。また、実際にすべての提携の影響を考える必要があるかどうか疑問であるし、まずこのような提携に関する費用が正確に求められるかどうか疑問である。毛利ら[11]はこの点を指摘し、1企業の費用分担額を、(1)その企業自身の配送費用と、(2)自分以外の全企業の配送費用に、自分が加わったときに増加する費用、の二つにのみ依存する費用分担ルールを考察した。

最も簡便なものは、比例分担をはじめとした「企業 i の分担額を c_i にのみに依存させる」方法である。この方法では、各企業は提携では行動せず「個人か全

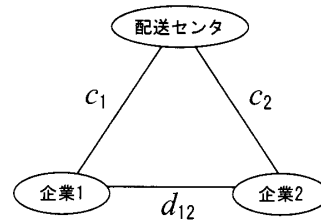


図3 2企業の共同配送問題

体か」という意思決定をしていると考えられ、ゲーム理論における**交渉ゲーム**として捉えることができる。

先の共同配送の節約額配分問題をさらに2企業に単純化し(図3)、これを解説しよう。共同配送の節約額

$$c_1 + c_2 - d_{12}$$

を企業 i に x_i だけ配分する(企業 i は $2c_i - x_i$ の費用分担をする)とした場合、 x_i をどのようにするべきかという問題である。

このとき可能な配分案は、以下の領域 D で表すことができる。

$$D = \{(x_1, x_2) \mid x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \\ x_1 + x_2 \leq c_1 + c_2 - d_{12}\}$$

交渉ゲームは、「交渉によって D に属する (x_1, x_2) を決定し、もし交渉が決裂したならば、 $(x_1, x_2) = (0, 0)$ となる」と考えるゲームである。配分を決定する要因は可能な配分案 D と決裂点 $(0, 0)$ である。

交渉ゲームにおいては、ナッシュ交渉解が代表的な解である。ナッシュ交渉解は、交渉結果が、(1)個人合理性、(2)対称性、(3)パレート最適性、(4)無関係対象からの独立性、(5)一次変換による不変性の5条件を満たすときの配分を示した解である。この場合は、均等配分

$$x_1 = x_2 = \frac{1}{2} (c_1 + c_2 - d_{12})$$

となる。

非常に精緻な分析をして、結果が折半ではあまりありがたくない話ではあるが、あくまでも基本例と考えていただきたい。(1)から(5)までの交渉の結果が「満たすべき」望ましい性質を、交渉解の満たす**公理**(または**公準**)と呼ぶが、この公理を違うものに置き換えれば違った解が得られる。皆が納得できるような公理はどれかを決めて望ましいルールを設計していけばよい。

交渉に限らず、先の提携を考へた協力ゲームでも、このように望ましい性質からゲームの解を特徴づけるような研究はなされている。一般的に、均等分担や節約額均等配分における望ましい性質を列挙し、そこか

² ここで提携を企業のすべての部分集合と考え、全体集合と1企業も含めれば、全体合理性も個人合理性も提携合理性に含まれる。もちろんそう考へてもよい。ここでは提携を全体集合と1企業の場合を除いた企業の集合と考え、個人合理性と全体合理性を分けて考へた。

ら配分ルールを特徴づける方法を公理的アプローチと呼ぶ。公理的アプローチは、望ましい費用の分担は「どうあるべきか」を考える規範理論である。

これに対し、交渉ゲームを非協力ゲームの交互提案ゲームと捉えることもできる。このような非協力ゲームによる分析は、ナッシュ交渉解が「どうあるべきか」という規範理論だけではなく、実際に2人が交渉を行ったとき「どうなるか」を説明する理論でもあることを示している。次のような無限期間の交互提案ゲームを考えよう。

(1) 第1期に企業1が自分の配分 x_1 を提案する。企業2は承諾か拒否のどちらかを選択する。企業2がこれに承諾したならば、企業1の配分は x_1 、企業2の配分は $(c_1 + c_2 - d_{12}) - x_1$ となる。拒否したならば次のステージへ。

(2) 第2期に企業2が x_2 を提案する。企業1がこれに承諾したならば、企業2の配分は x_2 、企業1の配分は $(c_1 + c_2 - d_{12}) - x_2$ となる。拒否したならば次のステージへ。

(3) (1)に戻り、交渉を繰り返す。奇数期には企業1が、偶数期は、企業2が提案し、相手が承諾するまで、交渉が繰り返される。

ただし、時間の経過とともに、決着して得る配分の現在価値は割引かれるとする。企業 i の割引率を δ_i ($0 < \delta_i < 1$) とするとき、第 t 期において交渉が配分 (x_1, x_2) で決着した場合の企業 i の利得は $\delta^{t-1} x_i$ として評価される。無限期間まで決着がつかない場合、双方の利得は0になると考える。

このゲームは無限に続いているため、提案を拒否すれば利得が1期分割り引かれて、相手と自分が入れ替わったゲームになる。このアイデアを用いてゲームの解である完全均衡点を求めると（詳しくは岡田[2]を参照）、結果は第1期において、企業1の提案を企業2が承諾することとなり、配分は次のようになる。

$$x_1 = \frac{1 - \delta_2}{1 - \delta_1 \delta_2} (c_1 + c_2 - d_{12})$$

$$x_2 = \frac{\delta_2 (1 - \delta_1)}{1 - \delta_1 \delta_2} (c_1 + c_2 - d_{12})$$

交渉結果は、割引率 δ_1, δ_2 に依存し割引率が大きい（交渉が長引いても価値の減少が少ない）企業ほど、多くの配分を獲得できる（交渉力が強い）ということが分かる。また双方の割引率を同じ δ とし、 δ を1に近づけると、この結果は先のナッシュ交渉解に近づく。

このような非協力ゲームによるアプローチは、分担

方法を企業が実際に交渉して配分する結果を、理論的に予測して組み込んだと説明する材料になる。

5. オークションによる資源配分

これまでのアプローチは、全体のオペレーションに参加する主体がすべて協力的であり、望ましい費用の分け方や公平な分担方法を話し合い合意できれば、すべての企業はそれに従うという設定であった。

しかし、個別の企業の利害が対立する場合は、自社の利益が優先され、全体の公平性や望ましきでの配分にはなかなか合意できないのが実情であろう。このような場合には、組織内においても市場メカニズムを導入し、効率的な資源配分を達成するといった考え方もある。

市場メカニズムとして代表的なものはオークションである。特に、ロジスティクスへの利用としては、組合せオークションと呼ばれるオークションが提案され、注目されている。以下でこの例を示そう。

今、図4で示されたような位置関係において、次のような3ルートの配送が可能なトラックがあるとしよう。

- A: x 地点 20:00 発 センタ 21:00 着
- B: センタ 21:30 発 y 地点 23:00 着
- C: センタ 21:30 発 z 地点 23:00 着

これに対し、ある3企業が、次のような配送を望んでいるとする。

- 企業1: x 地点 20:00 発 y 地点 23:00 着
- 企業2: x 地点 20:00 発 z 地点 23:00 着
- 企業3: センタ 21:30 発 z 地点 23:00 着

簡単化のため、積み替えの手間やコストを考えないことにし、一つのトラックは1企業の荷物しか積めないとする。企業1はルートAとBのトラックを用いれば、希望をかなえることができる。企業2はルートAとCのトラックを、企業3はルートCのトラック

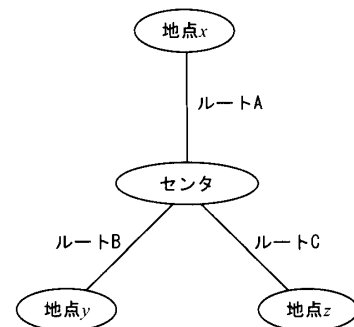


図4 3ルートの配送路

のみ用いれば、希望をかなえることができる。

ここで、「希望するルート of の組み合わせ」に対して、支払える対価の最高額（評価額と呼ぶ）を企業1は45、企業2は50、企業3は10と考えているとしよう。

この問題は、三つの財 A, B, C を3企業に割り当てる組合せオークションと考えることができる。もし、各企業が評価額を正直に申告するならば、財の評価額の合計が最大になるように各企業への財の割り当てを考えればよい。この場合の可能な割り当て方は

割当1 企業1にA, Bを割り当て、企業3にCを割り当てる（評価額の合計は55）

割当2 企業2にB, Cを割り当てる（評価額の合計は50）

であり、評価額の合計が最大になる割り当ては割当1である。

各企業が評価額を正直に申告するならば、問題は組み合わせ最適化問題（集合パッキング問題）である。

しかし、企業は実際に費用を支払うとなれば、正直に自分の費用を申告せず、できるだけ安く支払おうとするであろう。各企業が戦略的に行動した場合、オークションの結果はどのようになるのだろうか、また効率的資源配分は達成されるのであろうか。

Matsui and Watanabe[1]は、上記の例にいくつかの仮定をおいた状況におけるオークションを分析した。結果として、このオークションは、戦略的行動のもとでも（すなわちナッシュ均衡において）効率的資源配分を達成するということが示される。上記の例では、企業1と企業3の合計の入札額が、企業2が落札しない51まで下がることがナッシュ均衡で、例えば、企業1, 2, 3の入札額が(44, 50, 7), (43, 50, 8), (42, 50, 9)などがナッシュ均衡となる。詳しくは(松井, 渡辺[7, 8])を参照されたい。

6. おわりに

リソースプランニング、ロジスティクスにおいてゲーム理論は、費用分担問題だけではなく、施設配置問

題、オークションを使った他のリソースの効率的配分と利用、契約・交渉・報酬の設計など、多くの可能性が秘められている。

経済学で成功したゲーム理論には、これまで工学面での活躍はあまり見られなかったが、コンピュータやネットワーク技術の発達により、その契機は訪れたように思える。理論から現象を記述し理解するだけでなく、ソフトウェアへの実装、そのシミュレーションや実験、フィードバックなどのプロセスを通じて問題解決を図る「工学的ゲーム理論」と呼ばれるような分野を確立していきたいと筆者らは考えている。

参考文献

- [1] T. Matsui and T. Watanabe, : “Sealed Bid Multi-Object Auctions with Necessary Bundles and Its Application to Spectrums Auctions”, *Proc. of PRIMA 2001*, LNAI 2132, 78--92, Springer-Verlag, 2001.
- [2] 岡田章：ゲーム理論, 有斐閣, 1996.
- [3] 久保幹雄, 毛利裕昭：“配送計画システム METRO (MEta Truck Routing Optimizer)”, オペレーションズ・リサーチ, Vol. 41, No. 8, pp. 429-435, 1996.
- [4] 今野浩：“OR 40年(1)”, オペレーションズリサーチ, Vol. 49, No. 7, 454-456, 2004.
- [5] 鈴木光男：新ゲーム理論, 勁草書房, 1994.
- [6] 船木由喜彦：エコノミックゲームセオリー-協力ゲームの応用, サイエンス社, 2002.
- [7] 松井知己, 渡辺隆裕：“オークションの設計理論とOR (1)”, オペレーションズリサーチ, Vol. 48, No. 7, 516-521, 2003.
- [8] 松井知己, 渡辺隆裕：“オークションの設計理論とOR (2)”, オペレーションズリサーチ, Vol. 48, No. 8, 574-579, 2003.
- [9] 武藤滋夫：ゲーム理論入門, 日経文庫, 2001.
- [10] 毛利裕昭, 岡本吉央：“離散最適化と協力ゲーム(2)”, オペレーションズ・リサーチ, Vol. 48, 42-49, 2003.
- [11] 毛利裕昭, 渡辺隆裕, 森雅夫, 久保幹雄：“共同配送問題における費用分担”, *Journal of the Operations Research Society of Japan*, Vol. 40, No. 4, 451-464, 1997.