

高校教育・数学・OR¹

和歌山県立日高高等学校教諭 嶋田佳一²

1 OR との出会い

私がOR (オペレーションズ・リサーチ) と出会ったのは、96年3月、和歌山県田辺市において開催されたOR学会「高校生のためのOR」研究部会³と和高数研・教材部会⁴の共催によるシンポジウムであった。もっと正確にいうと、シンポジウムの2,3ヶ月前の教材部会において、このシンポジウムのお話を聞いたときが最初である。そのときいくつかの「高校生のためのOR」のテキストを見せていただいて、扱っている題材をおもしろそうに思い、私たちは、シンポジウム共催の話に加わることに、教材部会からも数名の発表者を準備して臨むことを決めた。

それまで、私たち高校教員にはORについての予備知識はほとんどなかった。私に限っていうと、ORという言葉は知っていたが、それは<応用数学の一部で、企業が利潤を最大にするために使うもので、資本家のためのもの>といった学生時代に持った否定的な印象を引きずったものであった。そんな私たちがシンポジウムの話に加わったのは、大学の先生方が高校生のための新しい数学の教材を作ろうとしていることに興味をもったこと、そして、扱っている題材が現実の問題を解決していこうとするものでおもしろそうな話題であったことなどによる。また、ORの教材が、高校生と数学の関係を良くしていく教材になりそうだという予感を持ったからである。

教材部会のメンバー片山英樹氏は、「高校生のためのOR」のテキストの一つを授業にかけてその結果をシンポジウムで報告するとまで言い出した⁵。田辺でのシンポジウムには5名の報告者以外にも多くの高校教員が参加した。シンポジウムの内容は興味あるものであったが、私が注目したのは、夜の交流会で2,3の先生が言われた<出前授業>の話であった。<OR学会の先生が「高校生のためのOR」の教材をもって高校生に教えに行ってもよい>との話を記憶にとどめて帰った。それが日高高校での「高校生のためのOR」特別講座となって実を結んだ。

2 日高高校「自然科学科」と「実験数学」

1994年日高高校に理数科系の新学科「自然科学科」を設置した。進学コースという側面も持っている。設置に際して、<特色ある科目>をということで数学科で「実験数学」を設けた。「実験数学」のねらいは次のとおりである⁶。

「実験数学」は数学の理解を目的にコンピュータを道具として利用していこうというものである。(中略) コンピュータの世界に作られた数学の世界に生徒が

¹日本オペレーションズ・リサーチ学会第39回シンポジウム 1998.5.26 仙台市青年文化センター

²E-mail: kaichi@skyblue.ocn.ne.jp

³研究部会主査・若山邦紘法政大学工学部経営工学科教授

⁴和歌山県高等学校教育研究会数学部会の部会の一つ、責任者・和歌山県立星林高校教諭 大東雅幸氏

⁵和歌山県立和歌山高等学校教諭、「文化祭のあと打ち上げができるか」(96.3 シンポジウムでの教材部会資料)

⁶1995年 県教委への申請書類

働きかけることによって、式が変形したり、グラフが動いたりする。コンピュータによって新しい数学的活動の場が作られるのである。そこでの活動を通して数学を理解しようとするものである。試行錯誤、多数回試行など、生徒が直接試み、体験し、そして納得する「実験数学」である。

「実験数学」の看板を掲げたが、特別変わった授業をしようというのではない。普通の教科書の消化に迫られていることは、他の数学の授業と変わりはない。ここではコンピュータを前面にだしているが、コンピュータの利用だけを考えてのものでもなかった⁷。それでも、コンピュータの発展は、新しい数学教育の可能性を予感させてくれていた。

コンピュータの利用も限られた場面に限られている。私の場合、たとえば

関数 $y = x^2 - 2ax$ ($0 \leq x \leq 1$) の最小値を求めよ。

のような問題で、GRAPES⁸を用いてグラフを動かすアニメーションを見せているだけである。それだけのことで場合分けが必要なことを当たり前のこととして示すことができる。他の教員の様子をみると、GRAPES、BASICで作成した自作ソフトを中心とし、最近では、Mathematicaや表計算ソフトの利用を試みるなど、多彩な試みがなされている。

96年度にできたばかりのコンピュータ教室は、数学の授業での利用を考えて、本体、ディスプレイとも普段は机の下にあり、必要なときにディスプレイを取り出せる様式にした。ソフトウェアは、ワープロ、表計算ソフトなどの他に、Mathematica、Visual Basicがインストールされている⁹。

既存の数学教材はそれなりに教授法が確立していて、コンピュータがないと教えられないとはなっていない。だから、コンピュータの利用は、GRAPES、Mathematicaの実践など数少ない場面に限られている観があるが、それでいいと思っている。コンピュータの利用そのものを目的にするのではなく、数学の理解のためにコンピュータを利用した方がよい場面でコンピュータを利用しようとしている。ただ、「実験数学」の名にふさわしい授業もいくつか実現したいと考えていた。私には「高校生のためのOR」は「実験数学」のために現れたように思える。

3 「高校生のためのOR」特別講座を開いて

一昨年、昨年とOR学会「高校生のためのOR」研究部会のご協力をいただき、日高高校で数学特別講座を開くことができた。

若山邦紘先生の「クラス会の釣り銭」¹⁰は

参加者 25 名、会費 1500 円のクラス会を開く。

2000 円で 500 円のお釣りをもらおうとするものが半数くらいはいるだろう。

(2000 円を払う確率 = 0.5)

⁷たとえば、個数の処理や数列でのブロック教具やパスカルの三角すい

⁸高校で扱う関数のグラフや軌跡を調べることができる。大阪教育大学付属高校・友田勝久氏作のフリーソフトウェア。最近 WINDOWS 版ができています。

⁹ハード面では、<1 台のパソコンを教室に持ち込む>、<プレゼンテーションパネルを用い OHP で画面を拡大する>、<大型ディスプレイを複数接続して見せる>、<ビデオプロジェクターで画面を拡大する>などの経験を重ねている。

¹⁰法政大学工学部経営工学科教授 1996.10.21 自然科学科 3 年 34 名 + 普通科理系 3 年 41 名

一人ずつ先着順に会計をするものと仮定して、500 円玉を何枚用意しておけばよいか。

を、〈現象を絵で見る〉などして問題の構造をとらえさせ、〈シミュレーションのワークシート〉でシミュレーションの練習をして、〈表計算ソフトのシミュレーション〉で解を求めるものである。

若山先生の授業は、プレゼンテーションソフト PowerPoint の画面をビデオプロジェクターでスクリーンに投影しながら進められた。生徒も教員もこの道具立てに驚かされた。また、説明はていねいでわかりやすいものであった。生徒は感想で、コンピュータへの驚き、現実的な話題でわかりやすかったこと、数学の現実での使い方がわかったことを書いている。

逆瀬川浩孝先生の「でたらめのお話——ランダム回答法——」¹¹は、ランダム回答法というプライバシーが守られるアンケート法を考えるもの。

ここに 1 組のトランプがあります。

よく切ってから私に見えないようにして 1 枚だけ取り出してください。

もしそれがハートのカードならば、次の質問に「はい」か「いいえ」で答えてください。

「あなたは、今 2 人だけでデートする異性の友達がいますか？」

もしそれがハート以外のカードならば、次の質問に「はい」か「いいえ」で答えてください。

「あなたは、今 2 人だけでデートする異性の友達はいないのですか？」

事前に生徒にトランプを持って来るように連絡しておいて、生徒に実際にいくつかの質問に答えさせながらランダム回答法の仕組みを考えていった。最後には表計算ソフトのシミュレーションでまとめている。

感想を読むと、ほとんどの生徒がランダム回答法の仕組みを理解できたようだ。一部の生徒にくもって早く進んで、あとのコンピュータの作業をじっくりしてみたかった〉のように書いている者もいるが、この授業の場合、ランダム回答法の仕組みを知ってもらわないことには次に進めない。このままでどこの高校でもできる授業案になっている。

何人かが〈数学が役に立つことがわかった〉と言っている。若山先生の授業の感想でも目についた感想であるが、OR は〈数学は何のために勉強するのか〉の一つの解答になっている。

〈確率が嫌いである〉ことを言っている生徒が目につく。条件付き確率のところで、生徒に受け入れられているランダム回答法を扱うことを試みたい。

一般に、数学の授業は、〈公式、例題、練習の繰り返し〉になることが多い。ランダム回答法のような、物語性をもった、現実の世界と結びつくような問題をさがして、教材にしたい。

4 モデル化してシミュレーション

現実の問題をモデル化して、シミュレーションによって最適解を得る。これは高校数学の教材としておもしろい。

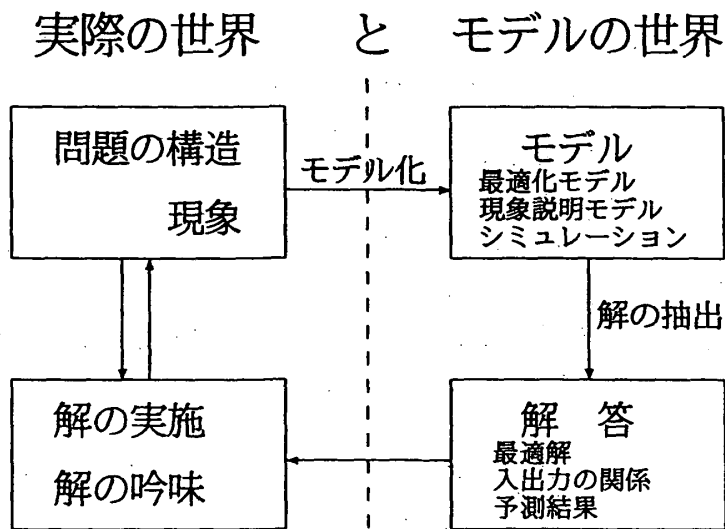
¹¹早稲田大学理工学部経営システム工学科教授 1997.7.14 自然科学科 3 年 32 名

若山邦紘先生はシミュレーションについてつぎのように述べている。

シミュレーションとは

- ・問題の現象を「まね」する仕掛け
- ・これを「モデル」とよぶ
- ・モデルを動かして、挙動を観測する
- ・その観測値をもとに現象を分析する

さらに、< OR は「モデルを使った問題解決学」です > として次の図を示している。



今まで私たちが高校数学で扱ってきた現実的問題は、たとえば、指数関数・対数関数であれば、一様倍変化の法則を持っている例として、私は< 1期で2倍になるように増えるバクテリア > や < 炭素による年代決定法 > を取り上げているが、指数関数の本質をより理解するためのものであった。それに対して、ORの教材は、(私の知っているものはきわめて限られたものであるから、見当違いなことをかもしれないが) 扱っている題材もそこにひそむ法則もバラバラで、身につけて欲しい< 法則 > があるようには思えない。どちらかというと、シミュレーションの< 手法 > を学ぼうとしている。この目標は、今までの高校数学の目標とはずれているかもしれない。しかし、< 手法 > を、価値が低いと切り捨てるべきではないと思う。

< ORによって出された結論は私たちが直感で予想した結果と大差ない > という私の感想に、若山先生は< ORはその直感に科学的裏付けを与える > と答えられた。ORの大切な側面であるが、「高校生のためのOR」で扱われる話題ではその観点が弱い。クラス会の釣り銭程度なら、少し余分に持っていてもいいし、足りなくなればちよつと待ってももらってもいい。高校生にも通用する< 科学的裏付け > の必要性を感じさせる話題も欲しい。

高校生の数学離れ(知的好奇心のなさ)がいわれているが、現実的問題を扱い、数学が現実に役に立つ場面を見ることのできるORは興味ある存在である。

付・数学特別講座〈生徒の感想〉

若山邦紘先生¹²「クラス会の釣り銭」¹³

笠野高央 思っていたよりもわかりやすくおもしろかったです。おもしろい先生で良かった。大学へ行ってまた勉強したいと思う。

里地高典 今まで、数学の社会における使い方が全くわからなかったのが、このような OR という問題を取り上げて考えたことによって、こういうふうな使い道もあるのだなあということがわかってよかった。

中島克尚 コンピュータを使っての授業は初めてだったので興味深かった。計算をコンピュータにさせることにより、人間は最低限必要なプログラムを組んだり、理論的思考の分野のみを扱うことだけですむので、これから新たな事実の研究にますます専念できる時代になることだろうと思った。

稗田直樹 学校の授業で習う数学とはまた違ったことが学べて面白かった。ごく生活に密着している問題も理論的にしていたけれど、かなりわかりやすい図で説明してくれたので気持ちよく聞いた。

古田茂生 よくわかったけれど、例が簡単すぎたきがするので、もう少しいろんな事が考えられるような例にしてくれたらよかったと思います。

山田一夫 いつもの学校の授業よりも現実的でとてもわかりやすかった。

北村佐千子 最初はどんな難しいことをするのだろうと思っていたら、私にも理解できるようなものだったので安心した。途中の破産のお話はなんだかよくわからなかった。でも、とてもよかった。

阪口智子 コンピュータを使って OR に対する授業を体験できてよかったし、興味深かった。わかりやすく説明してくれたから、そんなに難しくは感じなかった。

高山恵里 私は確率があまり得意でないのですが、先生のお話をきき、図を見ていると、確率というのは単純なしくみであると思いました。これからは確率をきらいという気持ちはもたずに勉強していきたいです。そして、そして大学に入れたら、いろいろな方法で数学を勉強したいと思いました。楽しかったです。ありがとう

ございました。

谷口布見子 初め、大学の先生がこられると聞いたとき、どんな難しい話をして下さるんだろうと、ほとんど不安状態でした。けれど実際に終わってみると数学がどんな役に立つのかということがよく分かり勉強になりました。

谷本敬美 はじめはむつかしい話かなって思っていました。けど、先生のお話を聞いて、数学が身近な問題にも使われているのだと知って、たいへん興味をもてました。クラス会という例がすごく分かりやすかったです。たのしい授業をありがとうございました。

谷輪志保 今日の授業は全部コンピュータを使ってやって、すごいな—と思った。お金のこととか現実的な事を扱えるのがいいと思った。数学もやり方がいろいろあることもわかった。

寺井和代 経済のことは良く知らなかったもので、こういうことをするのかと思い、良い勉強になった。

逆瀬川浩孝先生¹⁴

「でたらめのお話——ランダム回答法——」¹⁵

【1】 次の3項目について5段階で評価して下さい。

(1) 楽しかったですか。

5	すごく楽しかった	4
4	少し楽しかった	22
3	どちらでもない	3
2	少し楽しくなかった	0
1	まったく楽しくなかった	0

(2) わかりましたか。

5	よくわかった	13
4	少しわかった	12
3	どちらでもない	1
2	少しわからなかった	2
1	まったくわからなかった	0

(3) あなたのためになりましたか。

5	すごくためになった	3
4	少しためになった	17
3	どちらでもない	7
2	少しためにならない	1
1	まったくためにならない	0

¹²法政大学工学部経営工学科教授

¹³1996.10.21 日高高校自然科学科3年

¹⁴早稲田大学理工学部経営システム工学科教授

¹⁵1997.7.14 日高高校自然科学科3年

【2】感想を自由に書いて下さい。

石野智敬 確率は最高に嫌いな分野なので、この講座があることを知ったときに、あまりうれしい気持ちにはなれなかったが、実際に講座を受けてみると、テーマがある程度身近なことであったせいか、思ったよりは楽しかった。また、コンピューターの力はすごいなあと改めて感じた。

塩崎健司 僕は、確率は得意なほうなので、今日の講座はそれほど苦にならなかった。けれど、講座の初めのほうは、もらった資料を見ていて、何を聞かれているのかわからず、とても困った。

田中正人 途中で時間切れでコンピュータが最後まで使えなかったので、ちょっと残念。確率の新しい見方を培った。題材が身近でグッドだった。

玉井伸幸 大学の先生が来てくれるということだったので、もっと、堅い感じの先生かと思っていたけれど、ひげをはやしたなんか楽しそうな先生だったので、なんだか少しリラックスできた。

授業は、いつもの問題を解くだけのと違って、なかなか興味深かった。コンピュータをもっと使ってみたかったけれど。

今回、確率の使い方がわかって、数学が役立つことがわかったので、他の分野の応用の仕方も知りたくなった。

弓庭寛之 数学は実生活にでもちょっとは必要であるとわかった気がした。トランプさえあれば、調査側の知りたいことがわかるとは、これは本当にびびった。また、もう少し時間があれば、パソコンできたのに、惜しかった。

青木寿子 声が聞こえにくくて、あんまりちゃんと分からなかった。それに、最後のパソコンを前に写したとき、文字が小さくて全然見えなかったから、分からなかった。でも、途中の話とかはおもしろかったし、ランダム回答法のしくみがわかってうれしかった。

池口裕子 私たちがいつもやっているような、公式を教えてもらって、問題集を解くという授業ではなく、今日やったような、数学を自分たちの身近なところにつなげていく授業は、新鮮で、興味のもてるものでした。ぜひ、またやりたいです。

また、大学って、こんな授業をやっているのかな、と、少しですが、大学の授業の体験をできてよかったです。

岡崎香織 私はあまり数学が好きじゃないし、模試とかの問題なんか全然わからないけど、今

日やったような数学なら、少しわかるし、楽しくできそうな気がしました。

垣内志保子 今日のように、トランプを使ったりして、実際に自分でやってみると、分かりやすかった。

木村昌代 もっと難しい話になるかと思ってたら、すごく、リラックスしながら話を聞けたし、身近な話とかだったので、すごく話にとっつきやすかったです。

あと、「あなたには恋人がいますか？」の質問で、30%はいると出ましたが、多分そんなにいないでしょう。後で、「 $\frac{1}{4}$ 」というところはいまいで、もしかしたら15%かもしれないし、40%かもしれないね。」とおっしゃられていましたが、15%も多分いないでしょう。(笑)

やっぱり確率はあいまいだと思いました。

熊代晃子 数学の確率を使って、その内訳が何人かを計算することができる、というのはとても意外でした。もっと、どんなところに活用できるのか等々知りたいです。コンピュータを使って数学の勉強をするのは楽しかったので、また、したいです。

樽井早苗 私にとって確率は答がなかなか合わず、苦手な分野ですが、今日の授業は調査統計ということで楽しかった。

まず、易しい比例計算で恋人を持つ人の数を求め、また、公式化することによって、おおよその値が求められるというマジックみたいな解法に感激した。

早稲田大学の教授だと聞いて、最初は堅いイメージを抱いたが、実際にお会いしてみて、親しみやすい先生だと思った。生の講義が受けられて、大変貴重な体験ができ、よかった。

中本万智子 確率はわかりにくい単元の1つだけれど、今日の授業はとても楽しかったです。

ふつうに考えればわかるはずがないことなのに、確率をうまく考えることで答が見つかるなんてすごいと思いました。確率は賭のときしか役に立たないと思っていたけれど、アンケート、つまり人の考えていることもわかるなんて本当にすごい。これからも、確率をどんどん利用しよう。

山岡由起子 声がやや聞き取りにくかった。マイクを用意してくれていれば良かった。

先生が操作して見せて下さったあたりのことを、実際にやりたかった。